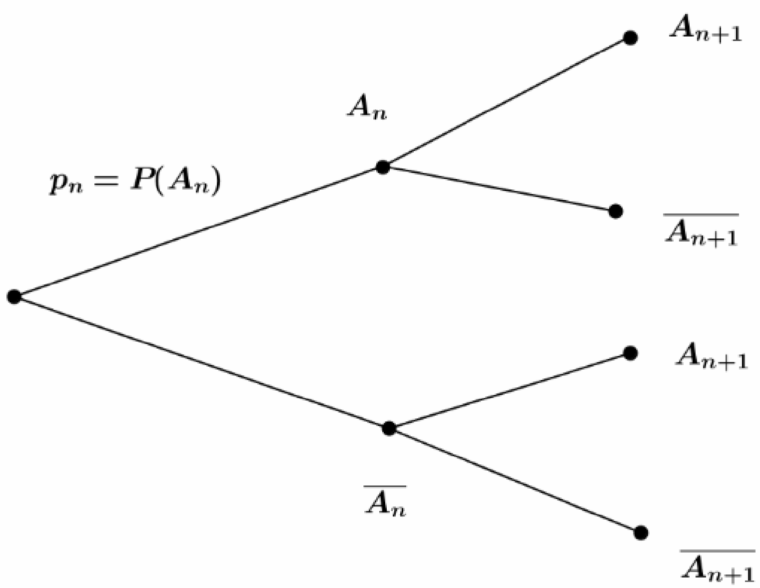
II – Probabilités et suites *(20 points)*

Dans une entreprise, les stocks d'un produit varient d'une semaine sur l'autre en fonction de la demande des clients.
Ainsi certains produits très demandés sont approvisionnés fréquemment, et d'autres plus rarement.
Le gestionnaire des stocks a constaté que :

- Il a approvisionné un produit la $1^{\text{ère}}$ semaine ;
- S'il l'a approvisionné la n-ième semaine, alors la probabilité qu'il doive l'approvisionner la (n+1)-ème est 0,6 ;
- S'il ne l'a pas approvisionné la n-ième semaine, alors la probabilité qu'il doive l'approvisionner la (n+1)-ème semaine est de 0,4.

On note A_n l'événement « le gestionnaire des stocks a approvisionné le produit la n-ième semaine » et $p_n = P(A_n)$ sa probabilité.

1. a. Justifier que $p_1 = 1$.
   b. **Reproduire et compléter**, en justifiant, l'arbre pondéré ci-dessous.



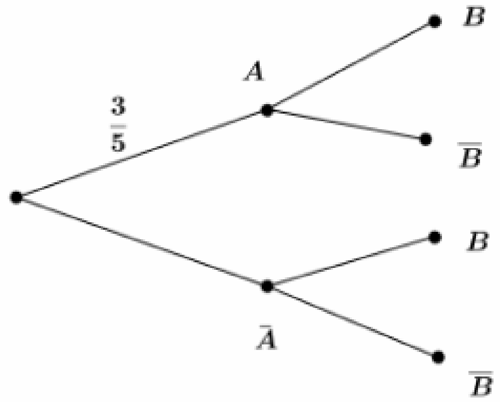
   c. Exprimer $P(A_n \cap A_{n+1})$, puis $P(\overline{A_n} \cap A_{n+1})$ en fonction de p_n.
   d. En déduire que $p_{n+1} = 0{,}2p_n + 0{,}4$.

2. Soit (U_n) la suite définie, pour tout entier naturel n non nul, par $u_n = p_n - 0{,}5$.
   a. Montrer que $u_{n+1} = 0{,}2u_n$. Préciser la nature de cette suite, sa raison et son premier terme u_1.
   b. En déduire u_n et p_n en fonction de n.
   c. Quelle est la probabilité que le gestionnaire de stocks approvisionne le produit la $15^{\text{ème}}$ semaine ?
   d. Déterminer la limite de la suite (u_n).puis de la suite (p_n).
   Interpréter ce résultat.

III – Probabilités et algorithme *(10 points)*

répondre sur la feuille

Pour simuler une expérience aléatoire dont l'arbre pondéré est donné ci-dessous on a réalisé sur algobox l'algorithme suivant.



CODE DE L'ALGORITHME :

```
1   VARIABLES
2     T1 EST_DU_TYPE NOMBRE
3     T2 EST_DU_TYPE NOMBRE
4   DEBUT_ALGORITHME
5     T1 PREND_LA_VALEUR ALGOBOX_ALEA_ENT(1,5)
6     SI (T1<=3) ALORS
7       DEBUT_SI
8       AFFICHER "événement A réalisé"
9       T2 PREND_LA_VALEUR ALGOBOX_ALEA_ENT(1,7)
10      SI (T2<=4) ALORS
11        DEBUT_SI
12        AFFICHER "événement B réalisé"
13        FIN_SI
14        SINON
15          DEBUT_SINON
16          AFFICHER "événement B non réalisé"
17          FIN_SINON
18      FIN_SI
19      SINON
20        DEBUT_SINON
21        AFFICHER "événement A non réalisé"
22        T2 PREND_LA_VALEUR ALGOBOX_ALEA_ENT(1,3)
23        SI (T2<=1) ALORS
24          DEBUT_SI
25          AFFICHER "événement B réalisé"
26          FIN_SI
27          SINON
28            DEBUT_SINON
29            AFFICHER "événement B non réalisé"
30            FIN_SINON
31        FIN_SINON
32
33  FIN_ALGORITHME
```

RÉSULTATS :

```
***Algorithme lancé***
événement A non réalisé
événement B réalisé
***Algorithme terminé***
```

Compréhension de l'algorithme :

D'après la ligne 5 quels sont les nombres entiers que peut prendre T1 ?

Pour quelles valeurs de T1 A est-il réalisé préciser les lignes correspondantes?

Justifier la valeur de P(A) marquée sur l'arbre.

Si A est réalisé, quelle ligne indique quelles sont les valeurs que peut prendre T2 et quelles sont ces valeurs?

En déduire $P_A(B)$, puis $P_A(\bar{B})$, justifier.

Si A n'est pas réalisé, quelle ligne permet de savoir les valeurs que peut prendre T2, quelles sont ces valeurs ?

En déduire $P_{\bar{A}}(B)$, puis $P_{\bar{A}}(\bar{B})$, justifier.

Compléter l'arbre

Quel est le résultat affiché et quelle est sa probabilité ?

Sur la copie inventer une situation qui correspond à cette expérience aléatoire