Ex 1 : (Extrait BAC S – 2013)

L'objet de cet exercice est l'étude de la suite (u_n) définie par son premier terme $u_1 = \frac{3}{2}$ et la relation de récurrence : $u_{n+1} = \frac{nu_n + 1}{2(n+1)}$.

On définit une suite auxiliaire (v_n) par : pour tout entier $n \geqslant 1$, $v_n = nu_n - 1$.

1. Montrer que la suite (v_n) est géométrique ; préciser sa raison et son premier terme.
2. En déduire que, pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, on a : $u_n = \frac{1+(0,5)^n}{n}$.
3. Déterminer la limite de la suite (u_n).
4. Justifier que, pour tout entier $n \geqslant 1$, on a : $u_{n+1} - u_n = -\frac{1+(1+0,5n)(0,5)^n}{n(n+1)}$.
   En déduire le sens de variation de la suite (u_n).

Ex 2 : (Extrait BAC S – 2015)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{u}, \vec{v}\right)$. À tout point M d'affixe z du plan, on associe le point M' d'affixe z' définie par :

$$z' = z^2 + 4z + 3.$$

1. Un point M est dit invariant lorsqu'il est confondu avec le point M' associé. Démontrer qu'il existe deux points invariants. Donner l'affixe de chacun de ces points sous forme algébrique, puis sous forme trigonométrique
2. Soit A le point d'affixe $\frac{-3-\text{i}\sqrt{3}}{2}$ et B le point d'affixe $\frac{-3+\text{i}\sqrt{3}}{2}$.
   Montrer que OAB est un triangle équilatéral.
3. Déterminer l'ensemble $\mathscr{E}$ des points M d'affixe $z = x + \text{i}y$ où x et y sont réels, tels que le point M' associé soit sur l'axe des réels.
4. Dans le plan complexe, représenter les points A et B ainsi que l'ensemble $\mathscr{E}$.*

Note : Un point $M(z)$ est invariant si $z'=z$ ou si $f(z)=z$

T S1 Prépa BAC : Suites & Complexes Nov 2016

Ex 1 : (Extrait BAC S – 2013)

L'objet de cet exercice est l'étude de la suite (u_n) définie par son premier terme $u_1 = \frac{3}{2}$ et la relation de récurrence : $u_{n+1} = \frac{nu_n + 1}{2(n+1)}$.

On définit une suite auxiliaire (v_n) par : pour tout entier $n \geqslant 1$, $v_n = nu_n - 1$.

1. Montrer que la suite (v_n) est géométrique ; préciser sa raison et son premier terme.
2. En déduire que, pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, on a : $u_n = \frac{1+(0,5)^n}{n}$.
3. Déterminer la limite de la suite (u_n).
4. Justifier que, pour tout entier $n \geqslant 1$, on a : $u_{n+1} - u_n = -\frac{1+(1+0,5n)(0,5)^n}{n(n+1)}$.
   En déduire le sens de variation de la suite (u_n).

Ex 2 : (Extrait BAC S – 2015)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{u}, \vec{v}\right)$. À tout point M d'affixe z du plan, on associe le point M' d'affixe z' définie par :

$$z' = z^2 + 4z + 3.$$

1. Un point M est dit invariant lorsqu'il est confondu avec le point M' associé. Démontrer qu'il existe deux points invariants. Donner l'affixe de chacun de ces points sous forme algébrique, puis sous forme trigonométrique
2. Soit A le point d'affixe $\frac{-3-\text{i}\sqrt{3}}{2}$ et B le point d'affixe $\frac{-3+\text{i}\sqrt{3}}{2}$.
   Montrer que OAB est un triangle équilatéral.
3. Déterminer l'ensemble $\mathscr{E}$ des points M d'affixe $z = x + \text{i}y$ où x et y sont réels, tels que le point M' associé soit sur l'axe des réels.
4. Dans le plan complexe, représenter les points A et B ainsi que l'ensemble $\mathscr{E}$.*

Note : Un point $M(z)$ est invariant si $z'=z$ ou si $f(z)=z$