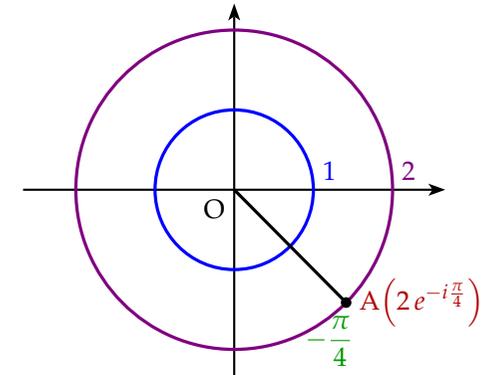
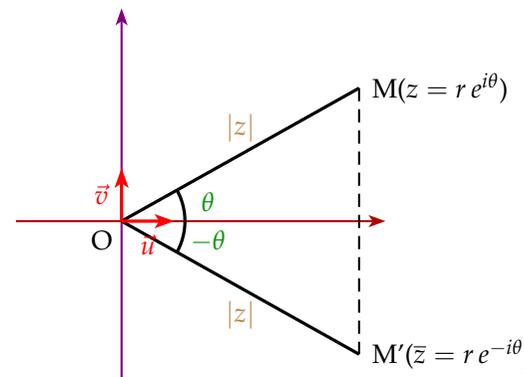
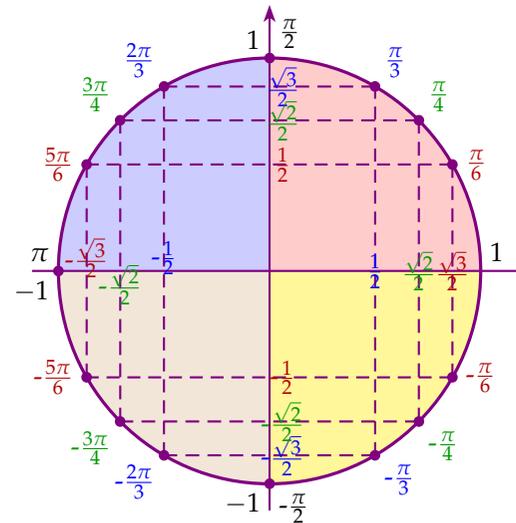
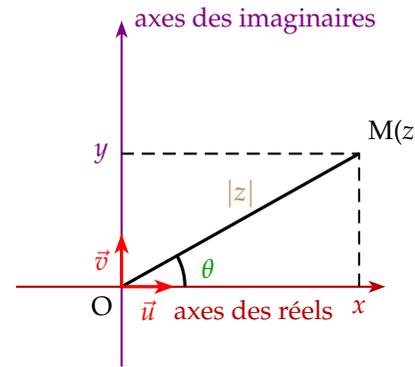


Construire à la règle et au compas le point A d'affixe :  $2e^{-i\frac{\pi}{4}}$



$\cos \theta \leq 0$	$\cos \theta \geq 0$
$\sin \theta \geq 0$	$\sin \theta \geq 0$
$\cos \theta \leq 0$	$\cos \theta \geq 0$
$\sin \theta \leq 0$	$\sin \theta \leq 0$



- $\operatorname{Re}(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$
- $\operatorname{Im}(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$

### Forme algébrique

$z \in \mathbb{R}^* \Leftrightarrow \operatorname{Im}(z) = 0$   
 $\Leftrightarrow z = \bar{z}$   
 $\Leftrightarrow \arg(z) = 0 + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$z = x + iy$  où  $\begin{cases} x = \operatorname{Re}(z) \\ y = \operatorname{Im}(z) \end{cases}$

### Module :

$|z| = \operatorname{OM} = \sqrt{x^2 + y^2}$

$|z| = 0 \Leftrightarrow z = 0$

### Argument : $(\vec{u}, \overrightarrow{\operatorname{OM}})$ , $|z| \neq 0$

$\left. \begin{aligned} \cos \theta &= \frac{x}{|z|} \\ \sin \theta &= \frac{y}{|z|} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} \theta + 2k\pi \\ k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$

### Valeurs remarquables

- $e^{i0} = 1$
- $e^{i\frac{\pi}{2}} = i$
- $e^{i\pi} = -1$
- $e^{-i\frac{\pi}{2}} = -i$

### Formule d'Euler

$\cos \theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$

$\sin \theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$

### Forme trigonométrique

$z = |z|(\cos \theta + i \sin \theta)$   
 où  $|z| \geq 0$  et  $\theta \in \mathbb{R}$

### Forme exponentielle

$z = |z| e^{i\theta} = r e^{i\theta}$

$z \in i\mathbb{R}^* \Leftrightarrow \operatorname{Re}(z) = 0$   
 $\Leftrightarrow z = -\bar{z}$   
 $\Leftrightarrow \arg(z) = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

C'est au XIX<sup>e</sup> siècle, grâce à Carl Friedrich Gauss (1777-1855), que l'aspect géométrique des nombres complexes gagne ses lettres de noblesse.



## Les figures géométriques

### Les points

- A, B, C sont trois points alignés ssi les vecteurs  $\vec{AB}$  et  $\vec{AC}$  sont colinéaires c'est à dire ssi

$$z_{\vec{AC}} = kz_{\vec{AB}} \Leftrightarrow z_C - z_A = k(z_B - z_A)$$

- A, B, C sont trois points alignés ssi :

$$(\vec{AB}, \vec{AC}) = 0 + k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} \in \mathbb{R}$$

### Les cercles

- $M \in \mathcal{C}(\Omega, r) \Leftrightarrow \Omega M = r \Leftrightarrow |z_M - z_\Omega| = r$
- $M \in \mathcal{C}(\Omega, r) \Leftrightarrow \Omega M^2 = r^2 \Leftrightarrow (x_M - x_\Omega)^2 + (y_M - y_\Omega)^2 = r^2$

### Reconnaître une équation de cercle

**Exemple :** Soit  $\mathcal{C}$  d'équation  $x^2 + y^2 + x + y - 6 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 + x + y^2 + y - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}$$

$\mathcal{C}$  est de centre  $\Omega \left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$  et de rayon  $r = \sqrt{\frac{13}{2}}$

### Les droites

- Si (D) n'est pas une droite verticale, elle admet une équation réduite de la forme :  $y = mx + p$ .

- Toute droite (D) admet comme équation cartésienne :

$$ax + by + c = 0$$

- Droites particulières :

- 1) L'axe des abscisses a pour équation :  $y = 0$
- 2) L'axe des ordonnées a pour équation :  $x = 0$
- 3) Si M est un point de la médiatrice de [AB]  
 $\Leftrightarrow AM = BM \Leftrightarrow |z_M - z_A| = |z_M - z_B|$

### Triangle rectangle

- ABC rectangle en A  $\Leftrightarrow AB^2 + AC^2 = BC^2 \Leftrightarrow \vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0$
- ABC rectangle en A  $\Leftrightarrow (\vec{AB}, \vec{AC}) = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$   
 $\Leftrightarrow \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} \in i\mathbb{R}$  (imaginaire pur)
- Si on joint un point M aux extrémités d'un diamètre [AB] alors ABM est rectangle en M.

### Triangle isocèle

- ABC isocèle en A  $\Leftrightarrow AB = AC \Leftrightarrow |z_B - z_A| = |z_C - z_A|$
- ABC isocèle rectangle en A  $\Leftrightarrow AB = AC$  et  $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0$   
 $\Leftrightarrow \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \pm i$

### Triangle équilatéral

- ABC est équilatéral  $\Leftrightarrow |z_B - z_A| = |z_C - z_A| = |z_C - z_B|$
- ABC équilatéral  
 $\Leftrightarrow$  ABC isocèle en A et  $(\vec{AB}, \vec{AC}) = \frac{\pi}{3} + k\pi$