Dérivées des fonctions de référence et cas particuliers

- Cas général : $x^n \rightsquigarrow nx^{n-1}$ où $n \in \mathbb{Z}^*$

- $n = -1$: $\dfrac{1}{x} \rightsquigarrow -\dfrac{1}{x^2}$, $x \in \mathbb{R}^*$

- $n = \dfrac{1}{2}$: $\sqrt{x} \rightsquigarrow \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$, $x > 0$

Dérivées des fonctions composée associées

- Cas général : $u^n \rightsquigarrow n\,u'\,u^{n-1}$ où $n \in \mathbb{Z}^*$

  ex : $(3x^4+x+1)^3 \rightsquigarrow 3(12x^3+1)(3x^4+x+1)^2$

- $n = -1$: $\dfrac{1}{u} \rightsquigarrow -\dfrac{u'}{u^2}$, $u(x) \neq 0$

  ex : $\dfrac{1}{2x^2+1} \rightsquigarrow -\dfrac{4x}{(2x^2+1)^2}$

- $n = \dfrac{1}{2}$: $\sqrt{u} \rightsquigarrow \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$, $u > 0$

  ex : $\sqrt{x^2+4} \rightsquigarrow \dfrac{2x}{2\sqrt{x^2+4}} = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+4}}$

- sinus : $\sin x \rightsquigarrow \cos x$ où $x \in \mathbb{R}$

- cosinus : $\cos x \rightsquigarrow -\sin x$ où $x \in \mathbb{R}$

$$\begin{tikzcd} & \sin x \arrow[dr, bend left, "\text{on dérive}"] & \\ -\cos x \arrow[ur, bend left, "\text{on dérive}"] & & \cos x \arrow[dl, bend left, "\text{on dérive}"] \\ & -\sin x \arrow[ul, bend left, "\text{on dérive}"] & \end{tikzcd}$$

$\sin u \rightsquigarrow u'\cos u$ où $x \in D_u$

ex : $\sin(-5x+1) \rightsquigarrow -5\cos(-5x+1)$, $x \in \mathbb{R}$

$\cos u \rightsquigarrow -u'\sin u$ où $x \in D_u$

ex : $\cos(3x-1) \rightsquigarrow -3\sin(3x-1)$, $x \in \mathbb{R}$

- exp : $e^x \rightsquigarrow e^x$ où $x \in \mathbb{R}$

- ln : $\ln x \rightsquigarrow \dfrac{1}{x}$ où $x \in]0\,;+\infty[$

$e^u \rightsquigarrow u'\,e^u$ où $x \in D_u$

ex : $e^{\frac{1}{x}} \rightsquigarrow -\dfrac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}$, $x \neq 0$

$\ln u \rightsquigarrow \dfrac{u'}{u}$ où $x \in D_u$ et $u > 0$

ex : $\ln(2x^2+1) \rightsquigarrow \dfrac{4x}{2x^2+1}$, $x \in \mathbb{R}$

⚠ Si l'on décide de retenir l'ensemble des formules ci-dessus, c'est qu'il s'agit des cas les plus représentés au lycée. Elles sont autant de cas particuliers de la relation plus générale : (on rappelle que $f[u] = f \circ u$)

$$\forall x \in \mathrm{I},\quad (f \circ u)' = u' \times f' \circ u \quad \text{où I est à déterminer}$$