Coordonnées du milieu

I) Coordonnées du milieu K du segment [AB]

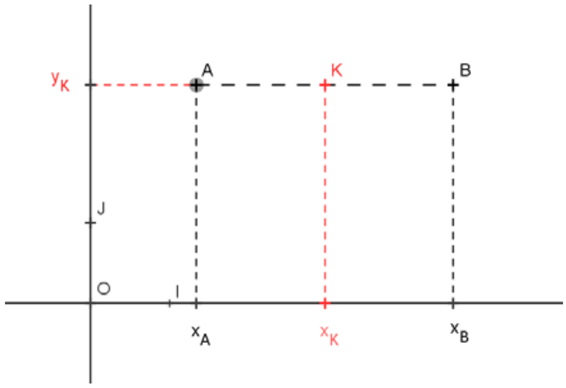
Dans un repère orthonormé on considère les points A (x_A ; y_A) et B (x_B ; y_B).

Le milieu K du segment [AB] a pour coordonnées (x_K ; y_K) avec :

$$x_K = \frac{x_A + x_B}{2} \quad \text{et} \quad y_K = \frac{y_A + y_B}{2}$$

Démonstration :

1[er] cas : $x_A = x_B$ **ou** $y_A = y_B$



On suppose que $y_A = y_B$ et $x_B \geq x_A$

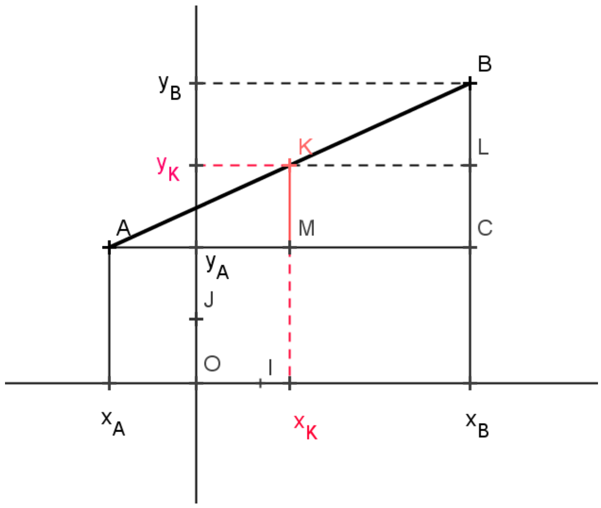
K est le milieu de [AB] si et seulement si,
K $\in$ [AB] et KA = KB, c'est à dire :
$y_K = y_A = y_B$ et
$x_K - x_A = x_B - x_K$
d'où

$$x_K = \frac{x_A + x_B}{2} \quad \text{et } y_K = y_A = y_B = \frac{y_A + y_B}{2}$$

La démonstration est analogue si $x_A = x_B$

2[e] cas : $x_A \neq x_B$ **et** $y_A \neq y_B$

Soit C le point tel que $x_C = x_B$ et $y_C = y_A$
Le triangle ABC est rectangle en C



Soit la droite parallèle à (BC) passant par K
On note M le point d'intersection avec [AC]

D'après la réciproque du théorème des milieux dans le triangle ABC
M est le milieu de [AC]

donc d'après le 1[er] cas :

$$x_M = x_K = \frac{x_A + x_B}{2}$$

On procède de la même manière en définissant le point L, intersection de la parallèle à (AC) passant par K (L est donc le milieu de [BC]). On obtient :

$$y_L = y_K = \frac{y_A + y_B}{2}$$

Exemples :

1) Dans un repère orthonormé, on considère les points A (3 ; 5) et B (3 ; – 2) soit K le milieu de [AB]

Alors $x_K = x_A = x_B = 3$ et $y_K = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{5 + (-2)}{2} = \frac{3}{2}$ (1er Cas)

2)Dans un repère orthonormé on considère les points A (1 ; – 2) et B (4 ; 4) soit K le milieu de [AB]

Alors $x_K = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1 + 4}{2} = \frac{5}{2}$ et $y_K = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-2 + 4}{2} = 1$