Fonction Polynôme du second degré : Forme factorisée

I) Equations

La forme a(x-p)(x-q) a pour intérêt, de permettre la résolution aisée d'équations dont le second membre est 0.

Soit f(x)=a(x -p)(x -q).

f(x) est donné sous forme A.

L'équation f(x)=0 admet deux solutions p et q.

En effet, f(p)=a(p-p)(p-q)=0 et f(q)=a(q-p)(q-q)=0.

De plus, p et q sont les seules solutions de l'équation f(x)=0. En effet, si u≠p et u≠q, alors (u-p) et (u-q) sont non nuls et l'expression f(u)=a(u-p)(u-q) est le produit de trois nombres non nuls.

II) Tableau de signes

Soit f(x)=a(x-p)(x-q). On suppose ici p < q.

Une fois l'équation f(x)=0 résolue, on peut établir le tableau de signes de la fonction polynôme f .

1) Si a est strictement positif :

x	$-\infty$		p		q		$+\infty$
$x-p$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$x-q$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$(x-p)(x-q)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

2) Si a est strictement négatif :

x	$-\infty$		p		q		$+\infty$
$x-p$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$x-q$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$(x-p)(x-q)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

III) Exemples

Exemple 1. $f(x) = 3(x-1)(x+2)$, avec a=3 (a> 0) , p=1 et q=-2.

Donc 1 et -2 sont solutions de l'équation $f(x)$=0 et le tableau de signes est :

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$x-1$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$x+2$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$(x-1)(x+2)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Exemple 2. $f(x) = -4(x-1)(x+2)$, avec a=-4 (a < 0) , p=1 et q=-2.

Donc 1 et -2 sont solutions de l'équation $f(x)$ =0 et le tableau de signes est :

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$x-1$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$x+2$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$(x-1)(x+2)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	