

# Présentation d'une série statistique

## I) Rappels de vocabulaire

Une étude statistique a pour objectif d'étudier un ensemble selon un critère donné.

L'ensemble étudié s'appelle **population**

Le nombre d'éléments de la population est appelé **taille** de cette population ( noté **N** )

Le critère étudié est appelé **caractère**. On distingue deux types de caractères :

- Les caractères prenant des valeurs non numériques ce sont les **caractères qualitatifs**.
- Les caractères prenant des valeurs numériques ce sont les **caractères quantitatifs**.

Les valeurs prises par un caractère sont appelées **modalités**.

Le nombre de fois où une modalité est rencontrée est l'**effectif** de cette modalité.

La **fréquence** d'une modalité est le nombre obtenu en divisant son effectif par **N**

### Exemple 1 :

On étudie le nombre d'enfants dans 200 familles d'un village.

La **population** est constituée des 200 familles, sa **taille** est  $N = 200$ . Le **caractère** étudié est le nombre d'enfants, c'est un **caractère quantitatif**. Si au terme de l'étude on obtient des valeurs 0, 1, 2, 3, 4, 5 ou 6 le caractère possède ces 7 **modalités**. On peut établir un tableau de résultats

|                   |      |      |       |      |       |       |       |
|-------------------|------|------|-------|------|-------|-------|-------|
| <b>Modalités</b>  | 0    | 1    | 2     | 3    | 4     | 5     | 6     |
| <b>Effectifs</b>  | 48   | 62   | 35    | 26   | 15    | 9     | 5     |
| <b>Fréquences</b> | 0,24 | 0,31 | 0,175 | 0,13 | 0,075 | 0,045 | 0,025 |

Les **fréquences** étant obtenues en divisant chaque effectif par 200.

### Exemple 2 :

On étudie la couleur des yeux chez 40 élèves d'un lycée.

La **population** est constituée par les 40 élèves, sa **taille** est  $N = 40$ . Le **caractère** étudié est couleur des yeux, c'est un **caractère qualitatif**. Si au terme de l'étude on obtient des valeurs bleu, marron, noir ou vert le caractère possède ces 4 **modalités**. On peut établir un tableau de résultats

|                   |       |        |      |       |
|-------------------|-------|--------|------|-------|
| <b>Modalités</b>  | bleu  | marron | vert | noir  |
| <b>Effectifs</b>  | 15    | 12     | 8    | 5     |
| <b>Fréquences</b> | 0,375 | 0,3    | 0,2  | 0,125 |

Les **fréquences** étant obtenues en divisant chaque effectif par 40.

### Exemple 3 :

On étudie la vitesse de 400 véhicules enregistrée par un radar lors d'un contrôle routier.

La **population** est constituée par les 400 véhicules, sa **taille** est  $N = 400$ . Le **caractère** étudié est la vitesse en  $\text{km h}^{-1}$ , c'est un **caractère quantitatif**. Comme au terme de l'étude on obtient un grand nombre de modalités on décide de les regrouper en **classes**, dont **l'amplitude** est de  $15 \text{ km h}^{-1}$ .

On peut établir un tableau de résultats

| Classes    | [65 ; 80[ | [80 ; 95[ | [ 95;110[ | [110;125[ | [125;140[ | [140; 155[ | [155 ;170[ |
|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|------------|
| Effectifs  | 39        | 176       | 97        | 51        | 23        | 12         | 2          |
| Fréquences | 0,0975    | 0,44      | 0,2425    | 0,1275    | 0,0575    | 0,03       | 0,005      |

Les **fréquences** étant obtenues en divisant chaque effectif par 400.

## II Effectifs cumulés et fréquences cumulées

### Définitions

On note  $x_i$  une modalité prise par un caractère quantitatif.

- **L'effectif cumulé croissant ( ECC )** de  $x_i$  est la somme des effectifs des valeurs inférieures ou égales à  $x_i$
- **L'effectif cumulé décroissant ( ECD )** de  $x_i$  est la somme des effectifs des valeurs supérieures ou égales à  $x_i$
- **La fréquence cumulée croissante ( FCC )** de  $x_i$  est la somme des fréquences des valeurs inférieures ou égales à  $x_i$
- **La fréquence cumulée décroissante ( FCD )** de  $x_i$  est la somme des fréquences des valeurs supérieures ou égales à  $x_i$

### Exemple 1:

Reprenons le tableau de la série statistique étudiant le nombre d'enfants par famille vu précédemment

| Modalités | 0   | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   |
|-----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Effectifs | 48  | 62  | 35  | 26  | 15  | 9   | 5   |
| ECC       | 48  | 110 | 145 | 171 | 186 | 195 | 200 |
| ECD       | 200 | 152 | 90  | 55  | 29  | 14  | 5   |

Pour calculer les ECC : On recopie l'effectif de la plus petite valeur, puis de gauche à droite on ajoute l'effectif de la valeur suivante.

Pour calculer les ECD : On recopie l'effectif totale pour la plus petite valeur, puis de gauche à droite on soustrait l'effectif de la valeur suivante.

Les ECC et ECD permettent de répondre aux questions telles que :

- Combien de familles ont au plus 2 enfants ? réponse : 145 ( ECC de la valeur 2)
- Combien de familles ont au moins 4 enfants ? réponse : 29 ( ECD de la valeur 4 )

**Exemple 2 :**

Reprenons le tableau de la série statistique étudiant la vitesse des véhicules précédent

| <b>Classes</b>    | [65 ; 80[ | [80 ; 95[ | [ 95;110[ | [110;125[ | [125;140[ | [140; 155[ | [155 ;170[ |
|-------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|------------|
| <b>Fréquences</b> | 0,0975    | 0,44      | 0,2425    | 0,1275    | 0,0575    | 0,03       | 0,005      |
| <b>FCC</b>        | 0,0975    | 0,5375    | 0,78      | 0,9075    | 0,965     | 0,995      | 1          |
| <b>FCD</b>        | 1         | 0,9025    | 0,4625    | 0,22      | 0,0925    | 0,035      | 0,005      |

Pour calculer les FCC : On recopie la fréquence de la première classe, puis de gauche à droite on ajoute la fréquence de la classe suivante.

Pour calculer les FCD : On recopie 1 ( fréquence totale ) pour la première classe, puis de gauche à droite on soustrait la fréquence de la classe suivante.

On peut se servir des FCC et FCD pour répondre aux questions :

- Quel est le pourcentage de véhicules roulant à moins de 110 km h<sup>-1</sup> ?  
Réponse : 78 % ( FCC de la classe [ 95 ; 110 [ transformée en pourcentage )
- Quel est le pourcentage de véhicules en infraction ( dont la vitesse est supérieure à 140 km h<sup>-1</sup> ) ?  
Réponse : 3,5 % ( FCD de la classe [ 140 ;155 [ transformée en pourcentage )