Correction 1

1. a. La droite $x=-3$ intercepte la courbe au point de coordonnées $(-3\,;1{,}5)$: l'image de -3 par la fonction f est $1{,}5$.

   b. La droite d'équation $x=-\dfrac{1}{2}$ intercepte la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $\left(-\dfrac{1}{2}\,;0\right)$: l'image de $-\dfrac{1}{2}$ par la fonction f est 0.

   c. La droite d'équation $x=\dfrac{1}{2}$ intercepte la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $\left(\dfrac{1}{2}\,;2\right)$: l'image de $\dfrac{1}{2}$ par la fonction f est 2.

   d. La droite d'équation $x=0$ intercepte la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $(0\,;1)$: l'image de 0 par la fonction f est 1.

2. a. La droite d'équation $y=3$ intercepte la courbe $\mathscr{C}$ au point d'intersection $(1\,;3)$: le nombre 3 admet pour unique antécédent le nombre 1.

   b. L'ensemble des antécédents du nombre -1 est : $\{-2\ ;\ -1\}$

   c. La droite d'équation $y=-2$ n'intercepte pas la courbe $\mathscr{C}$: le nombre -2 n'admet d'antécédents.

Correction 2

1.

x	$1{,}5$	1	$-\dfrac{1}{3}$	$-\sqrt{2}$
$f(x)$	$2{,}5$	1	-3	$-3\sqrt{2}-2$
$g(x)$	$2{,}25$	1	$\dfrac{1}{9}$	2
$h(x)$	$\dfrac{4}{7}$	1	-1	$\dfrac{2}{3\sqrt{2}-1}$

2. a. $(E):\ 3x-2=\dfrac{1}{2}$

$$3x=\frac{1}{2}+2$$
$$3x=\frac{5}{2}$$
$$x=\frac{\frac{5}{2}}{3}$$
$$x=\frac{5}{6}$$

L'ensemble des solutions de l'équation (E) est $\left\{\dfrac{5}{6}\right\}$.

   b. Par définition de la racine carré d'un nombre réel positif, $\sqrt{2}$ est l'unique nombre positif dont le carré vaut 2 ; $\sqrt{2}$ est solution de l'équation (F).
   $-\sqrt{2}$ est l'unique nombre négatif dont le carré vaut 2.
   On en déduit que l'équation (F) a pour solution $-\sqrt{2}$ et $\sqrt{2}$.

   c. $(G):\ \dfrac{2}{3x-1}=-1$

$$\frac{2}{3x-1}+1=0$$
$$\frac{2}{3x-1}+\frac{3x-1}{3x-1}=0$$
$$\frac{2+(3x-1)}{3x-1}=0$$
$$\frac{3x+1}{3x-1}=0$$

Or, si un quotient est nul alors son numérateur.

$$3x+1=0$$
$$x=-\frac{1}{3}$$
$$S_G=\left\{-\frac{1}{3}\right\}$$

   d. L'ensemble des antécédents de $\dfrac{1}{2}$ pour la fonction f est : $\left\{\dfrac{5}{6}\right\}$

   L'ensemble des antécédents de 2 pour la fonction g est : $\left\{-\sqrt{2}\,;\ \sqrt{2}\right\}$

   L'ensemble des antécédents de -1 pour la fonction h est : $\left\{-\dfrac{1}{3}\right\}$

Correction 3

1. a. $y_1=\dfrac{\sqrt{1+\sqrt{3-x}}}{\sqrt{x}}+3$

   b. $y_2=\dfrac{3x-2}{2\sqrt{x}+1}$

   c. $y_3=\sqrt{3+x}\cdot(2-x)$

2. a. $f(x)=\big[1+(3+x)\div x\big]\div(2-3x)$

   b. $g(x)=\sqrt{\big[(1-2x)\times(3x-1)\big]}$

   c. $h(x)=\big[\sqrt{(x+1)}\big]\div\big[\sqrt{(x)}+1\big]$

Correction 4

1. - $f(2)=2^2-2+2=4-2+2=4$
   - $g(2)=\dfrac{2\times2-1}{3-2}=\dfrac{4-1}{1}=3$
   - $h(2)=\sqrt{20-3\times2^2}=\sqrt{20-3\times4}=\sqrt{20-12}$
     $=\sqrt{8}=\sqrt{4\times2}=2\sqrt{2}$

2. - Résolvons l'équation :

$$j(x)=3$$
$$4-2\cdot x=3$$
$$-2\cdot x=3-4$$
$$-2\cdot x=-1$$
$$x=\frac{-1}{-2}$$
$$x=\frac{1}{2}$$

   La fonction j admet pour unique antécédent $\dfrac{1}{2}$.

   - Résolvons l'équation :

$$k(x)=3$$
$$3\cdot x^2=3$$
$$x^2=\frac{3}{3}$$
$$x^2=1$$
$$x^2-1=0$$
$$x^2-1^2=0$$
$$(x+1)(x-1)=0$$

   Un produit est nul si, et seulement si, au moins un de ses facteurs est nul :

   $x+1=0$; $x=-1$ | $x-1=0$; $x=1$

   Les nombres -1 et 1 sont les antécédents du nombre 3 par la fonction k.

   - Résolvons l'équation :

$$\begin{aligned} \ell(x) &= 3 \\ \frac{2-x}{2{\cdot}x+1} &= 3 \end{aligned}$$

D'après le produit en croix :

$$\begin{aligned} (2-x)\times 1 &= (2{\cdot}x+1)\times 3 \\ 2-x &= 6{\cdot}x+3 \\ -x-6{\cdot}x &= 3-2 \\ -7{\cdot}x &= 1 \\ x &= \frac{1}{-7} \\ x &= -\frac{1}{7} \end{aligned}$$

Le nombre 3 admet pour antécédent par la fonction ℓ le nombre $-\dfrac{1}{7}$.

Correction 5

1. - $f(1) = (1+1)(1-1^2) = 2(1-1) = 2\times 0 = 0$
   - $g(1) = \dfrac{(1+1)^2}{1-2} = \dfrac{2^2}{-1} = \dfrac{4}{-1} = -4$
   - $h(1) = 3-2{\cdot}(1+1) = 3-2\times 2 = 3-4 = -1$

2. - $$\begin{aligned} j(x) &= -1 \\ \frac{1}{1-x} &= -1 \end{aligned}$$
     Utilisons le produit en croix :
     $$\begin{aligned} 1 &= -1\times(1-x) \\ 1 &= -1+x \\ x &= 1+1 \\ x &= 2 \end{aligned}$$
     2 est l'antécédent du nombres -1 par la fonction j.
   - $$\begin{aligned} k(x) &= -1 \\ \frac{x^2-x+1}{x+1} &= -1 \end{aligned}$$
     D'après le produit en croix :
     $$\begin{aligned} x^2-x+1 &= -1{\cdot}(x+1) \\ x^2-x+1 &= -x-1 \\ x^2+2 &= 0 \end{aligned}$$
     La fonction k n'admet pas d'antécédent pour le nombre -1.
   - $$\begin{aligned} \ell(x) &= -1 \\ \frac{3{\cdot}x-1}{2-3{\cdot}x} &= -1 \end{aligned}$$
     En utilisant le produit en croix :
     $$\begin{aligned} 3{\cdot}x-1 &= -1{\cdot}(2-3{\cdot}x) \\ 3{\cdot}x-1 &= -2+3{\cdot}x \\ 0{\cdot}x &= -1 \end{aligned}$$
     La fonction ℓ n'admet pas d'antécédent par la fonction ℓ.

Correction 6

1. a. Le nombre 2 a pour image le nombre $\sqrt{5}$ par la fonction f.

   b. Le nombre 2 est un antécédent du nombre $\sqrt{5}$ par la fonction f.

2. L'ensemble des antécédents du nombre 1 par la fonction est l'ensemble $\{-1\,;2\}$