

Ex 1 :

On donne la figure ci-contre où $AMCD$ et $MBEF$ sont des carrés et $AB=10$; on pose $AM=x$ avec $x \in [0; 10]$

l'aire de $AMCD$ est : $A_1=x^2$

l'aire de $MBEF$ est : $A_2=(10-x)^2$

le périmètre de $AMCD$ est : $P_1=4x$

le périmètre de $MBEF$ est :

$$P_2=4(10-x)=-4x+40$$

les 2 carrés ont le même périmètre si $P_1=P_2$

$$\text{donc } 4x=-4x+40 \text{ donc } 8x=40 \text{ donc } x=5$$

le périmètre de $MBEF$ est le double du périmètre de $AMCD$ si $P_2=2P_1$

$$\text{donc } -4x+40=8x \text{ donc } 12x=40 \text{ donc } x=\frac{10}{3}$$

les 2 carrés ont la même aire si $A_1=A_2$

$$\text{donc } x^2=(10-x)^2 \text{ donc } x^2=100-20x+x^2 \text{ donc } 20x=100 \text{ donc } x=5$$

l'aire de $MBEF$ est le double de l'aire de $AMCD$ si $A_2=2A_1$

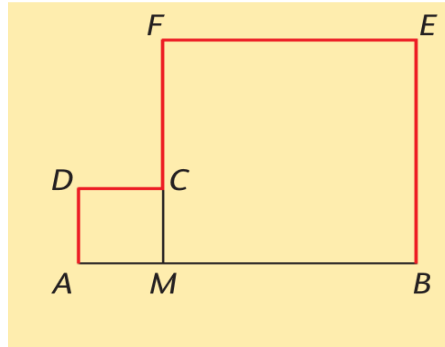
$$\text{donc } (10-x)^2=2x^2 \text{ donc } 100-20x+x^2=2x^2$$

$$\text{donc } x^2+20x-100=0 \text{ donc } (x+10)^2-200=0$$

$$\text{donc } (x+10)^2=200 \text{ donc } x+10=-\sqrt{200} \text{ ou } x+10=\sqrt{200}$$

$$\text{donc } x=-10-\sqrt{200} \text{ ou } x=-10+\sqrt{200}$$

$$\text{or } x \in [0; 10] \text{ donc } x=-10+\sqrt{200} \approx 4,14$$



Ex 2 :

Un récipient est formé d'un cube d'arête 10 cm et d'un parallélépipède rectangle à base carrée de côté 5 cm et de hauteur 10 cm

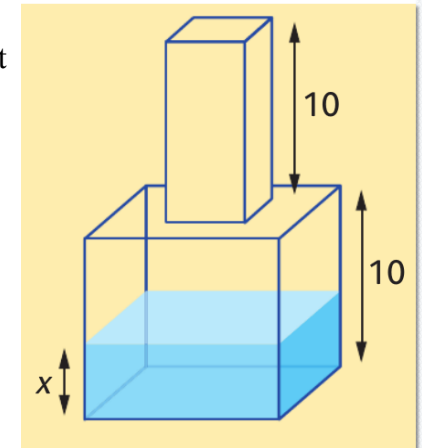
On le remplit de liquide comme indiqué sur la figure ci-contre ;

On appelle x la hauteur du liquide dans le récipient, en cm ;

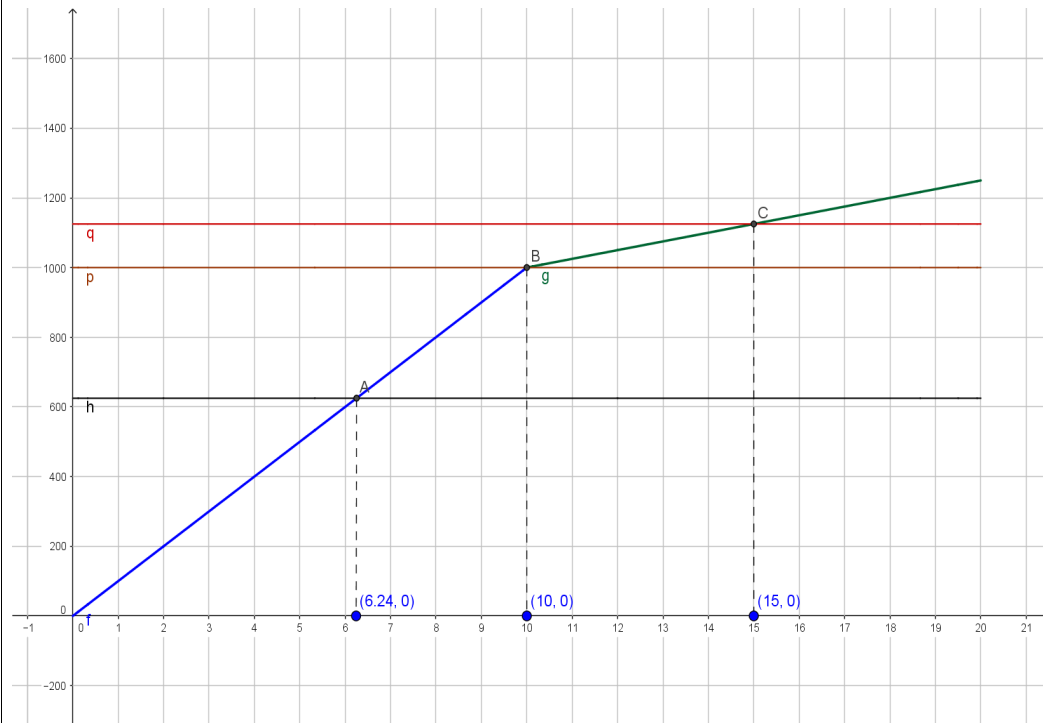
le volume $V(x)$ du liquide en fonction de x est donné par les expressions :

$$\begin{aligned} &\text{➤ } V(x)=10 \times 10 \times x=100x \\ &\text{si } x \in [0; 10] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\text{➤ } V(x)=10^3+5 \times 5 \times (x-10)=1000+25(x-10)=25x+750 \\ &\text{si } x \in [10; 20] \end{aligned}$$



le graphique de V est donné ci-dessous :



le volume maximal du récipient est $V_{max} = V(20) = 1250 \text{ cm}^3$

la hauteur x du liquide pour laquelle le récipient est rempli à la moitié de son volume maximal est la valeur telle que $V(x) = 0,5 \times 1250 = 625 \text{ cm}^3$

- graphiquement, on obtient $x = 6,25 \text{ cm}$
- algébriquement, on obtient $100x = 625$ donc $x = 6,25 \text{ cm}$

la hauteur x du liquide pour laquelle le récipient est rempli à 80 % de son volume maximal est la valeur telle que $V(x) = 0,8 \times 1250 = 1000 \text{ cm}^3$

- graphiquement, on obtient $x = 10 \text{ cm}$
- algébriquement, on obtient $100x = 1000$ donc $x = 10 \text{ cm}$
ou bien $25x + 750 = 1000$ donc $x = 10 \text{ cm}$

la hauteur x du liquide pour laquelle le récipient est rempli à 90 % de son volume maximal est la valeur telle que $V(x) = 0,9 \times 1250 = 1125 \text{ cm}^3$

- graphiquement, on obtient $x = 15 \text{ cm}$
- algébriquement, on obtient $25x + 750 = 1125$ donc $x = 15 \text{ cm}$