2nde E — DS n° 7 : Fonctions Degré 2 - *Correction* — Mars 2017

Ex 1 : **(*) - 4 pts**

Dresser les tableaux de signes des fonctions suivantes sur $\mathbb{R}$:

$f(x)=(x+2)(3-x)$

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$(x+2)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$(3-x)$		$+$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$g(x)=(2x-1)(3x+4)$

x	$-\infty$		-4/3		1/2		$+\infty$
$(2x+1)$		$-$		$-$	0	$+$	
$(3x-4)$		$-$	0	$-$		$+$	
$g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$h(x)=(-4x+3)(-2x-5)$

x	$-\infty$		-5/2		3/4		$+\infty$
$(-4x+3)$		$+$		$+$	0	$-$	
$(-2x-5)$		$+$	0	$-$		$-$	
$h(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Ex 2 : **(*) - 3 pts**

Dresser les tableaux de variations des fonctions suivantes sur $\mathbb{R}$:

$f(x)=-2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{2}$

x	$-\infty$		1/2		$+\infty$
f			3/2		
	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$	$-\infty$

Le sommet de C_f est le point $S\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$

La parabole C_f est en forme de $\cap$ car $a=-2<0$

$g(x)=4(x+2)^2-9$

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
g	$+\infty$				$+\infty$
		$\searrow$	-9	$\nearrow$	

Le sommet de C_g est le point $S(-2;-9)$

La parabole C_g est en forme de $\cup$ car $a=4>0$

$h(x)=16-\frac{1}{2}\left(x-\frac{3}{4}\right)^2$

x	$-\infty$		3/4		$+\infty$
h			16		
	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$	$-\infty$

Le sommet de C_h est le point $S\left(\frac{3}{4};16\right)$

La parabole C_h est en forme de $\cap$ car $a=\frac{-1}{2}<0$

Ex 3 : **(**) - 6 pts**

Soit la fonction f définie sur $[-2;6]$ par $f(x)=(x+4)^2-(2x-1)^2$

1) Développer $f(x)$ et montrer que $f(x)=-3x^2+15x+18$

$$\begin{aligned} f(x)&=(x^2+8x+16)-(4x^2-4x+1)\\ &=x^2+8x+16-4x^2+8x-1\\ &=-3x^2+15x+18 \end{aligned}$$

2) Factoriser $f(x)$ et montrer que $f(x)=3(x+1)(6-x)$

$f(x)=3(6x+6-x^2-x)=3(-x^2+5x+6)=-3x^2+15x+18$

3) Résoudre l'équation $f(x)=0$

$f(x)=0$ donne $3(x+1)(6-x)=0$ donc $x+1=0$ ou $6-x=0$
donc $x=-1$ ou $x=6$ donc $S=\{-1;6\}$

4) Dresser le tableau de signes de $f(x)$

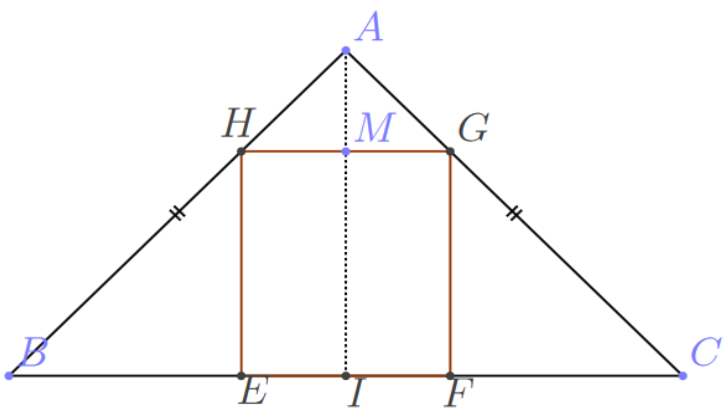
x	-2		-1			6
$(x+1)$		$-$	0	$+$	$+$	
$(6-x)$		$+$		$+$	$+$	0
$f(x)$		$-$	0	$+$	$+$	0

5) Dresser le tableau de variations de f

x	-2		2		6
			27		
f		↗		↘	
	-21				-21

***Ex 4 :* (**) - 5 pts**

Dans la figure ci-contre, ABC est un triangle isocèle en A , I est le milieu de $[BC]$, $AI=4\,cm$, $BC=8\,cm$ et $EFGH$ est un rectangle ; On pose $AM=x\,cm$; on note $A(x)$ l'aire du rectangle $EFGH$



1) Donner l'ensemble de définition de x

$D_f=[0;4]$ car $0\leqslant AM\leqslant AI$

2) Montrer que $A(x)=-2x^2+8x$

$A(x)=HG\times HE=(2x)(4-x)=-2x^2+8x$

3) Montrer que $A(x)=-2(x-2)^2+8$

$A(x)=-2(x^2-4x+4)+8=-2x^2+8x-8+8=-2x^2+8x$

4) Pour quelle(s) valeur(s) at-on $A(x)=6\,cm^2$?

$A(x)=6$ donne $-2(x-2)^2+8=6$ donc $-2(x-2)^2=-2$

donc $(x-2)^2=1$ donc $x-2=-1$ ou $x-2=1$ donc $x=1\;ou\;x=3$

5) Pour quelle(s) valeur(s) de x l'aire $A(x)$ est-elle maximale ?

$A(x)$ est maximale si $x=2$ et $A_{max}=8\,cm^2$ (cf tab de variations)

***Ex 4 :* (***) - 2 pts**

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=a(x+b)^2+c$

Déterminer les valeurs de a,b,c sachant que la parabole représentative de f admet pour sommet le point $S(7;5)$ et passe par le point $A(6;2)$.

on sait que $f(x)=a(x+b)^2+c$ et f admet pour sommet le point $S(7;5)$

donc $b=-7$ et $c=5$

donc $f(x)=a(x-7)^2+5$

de plus C_f passe par le point $A(6;2)$ donc $f(6)=2$

donc $a(6-7)^2+5=2$

donc $a+5=2$ donc $a=-3$

ainsi on déduit que : $f(x)=-3(x-7)^2+5$