

Ex 1 : Le milieu de $[AC]$ est :

$$x_E = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-3 + 4}{2} = 0,5 \text{ et}$$

$$y_E = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{-1 + 5}{2} = 2$$

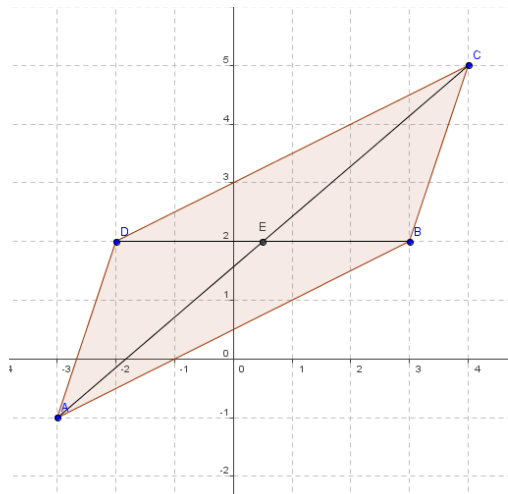
Le milieu de $[BD]$ est :

$$x_E = \frac{x_B + x_D}{2} = \frac{3 + (-2)}{2} = 0,5 \text{ et}$$

$$y_E = \frac{y_B + y_D}{2} = \frac{2 + 2}{2} = 2$$

donc les diagonales de $ABCD$ se coupent en leur milieu

donc $ABCD$ est un parallélogramme



Ex 2 :

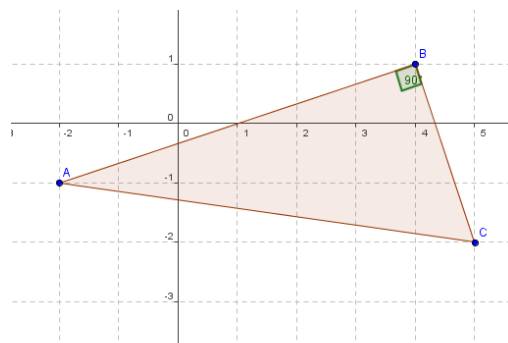
$$AB = \sqrt{(4 - (-2))^2 + (1 - (-1))^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$$AC = \sqrt{(5 - (-2))^2 + (-2 - (-1))^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$BC = \sqrt{(5 - 4)^2 + (-2 - 1)^2} = \sqrt{10}$$

donc $AB^2 + BC^2 = AC^2$

d'après le th de Pythagore, on déduit que ABC est rectangle en B



Ex 3

le milieu de $[HF]$ est : $K\left(\frac{1+2}{2}; \frac{-2+5}{2}\right)$ soit $K(1,5; 1,5)$

le milieu de $[EG]$ est : $K\left(\frac{-2+5}{2}; \frac{1+2}{2}\right)$ soit $K(1,5; 1,5)$

donc les diagonales de $EFGH$ se coupent en leur milieu

donc $EFGH$ est un parallélogramme

$$HG^2 = 4^2 + 3^2 = 25 ; EF^2 = 4^2 + 3^2 = 25 ; EH^2 = 3^2 + 4^2 = 25 ; FG^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \text{ donc } HG = EF = EH = FG = 5$$

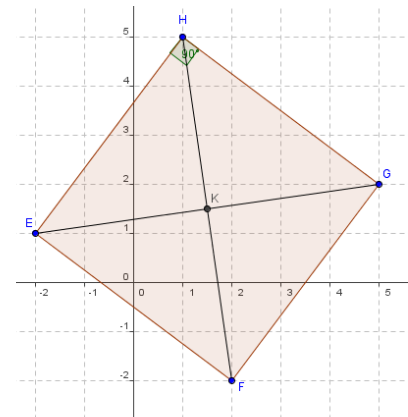
donc $EFGH$ est un losange

$$HF^2 = 1^2 + 7^2 = 50 ; EG^2 = 7^2 + 1^2 = 50$$

donc $HF = EG = 5\sqrt{2}$

donc $EFGH$ est un rectangle

Finalement, on en déduit que $EFGH$ est un carré



Ex 4 :

$$DA^2 = 3^2 + 6^2 = 45 ; DB^2 = 6^2 + 3^2 = 45$$

$$DC^2 = 6^2 + 3^2 = 45$$

donc $DA = DB = DC = 3\sqrt{5}$

donc D est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC

$$AC^2 = 3^2 + 9^2 = 90 \text{ donc } DA^2 + DC^2 = AC^2$$

d'après le th de Pythagore, on déduit que DAC est rectangle en D

de plus $DA = DC$ donc DAC est aussi isocèle en D

D'après le th de l'angle inscrit : $\widehat{ABC} = \frac{1}{2} \widehat{ADC} = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$

Soit E le milieu de

$[AC]$ alors

$$E(1,5; 3,5)$$

DAC est un triangle rectangle donc le milieu de l'hypoténuse E est le centre de cercle circonscrit à DAC

le rayon de ce cercle est :

$$r = EA = \sqrt{1,5^2 + 4,5^2}$$

$$= \sqrt{22,5} = \sqrt{\frac{225}{10}}$$

$$= \frac{15}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{2}$$

