2^{nde} E — DS n° 8 : Vecteurs & Colinéarité — Mars 2017

***Ex 1 :* 4 pts**

Simplifier les vecteurs suivants en utilisant la *relation de Chasles* :

$\vec{u}=\vec{BA}+\vec{CD}+\vec{AC}=\vec{BA}+\vec{AC}+\vec{CD}=\vec{BD}$

$\vec{v}=\vec{BA}-\vec{AD}-\vec{CA}-\vec{DC}=\vec{BA}+\vec{DA}+\vec{AC}+\vec{CD}=\vec{BA}+\vec{AC}+\vec{CD}+\vec{DA}=\vec{BA}$

$\vec{k}=-\vec{DA}+\vec{DB}-\vec{AC}+\vec{BC}=\vec{AD}+\vec{DB}+\vec{CA}+\vec{BC}=\vec{CA}+\vec{AD}+\vec{DB}+\vec{BC}=\vec{0}$

$\vec{w}=\vec{DC}+\vec{BD}-(\vec{EA}+\vec{BE})+\vec{CA}=\vec{DC}+\vec{BD}+\vec{AE}+\vec{EB}+\vec{CA}$

donc $\vec{w}=\vec{CA}+\vec{AE}+\vec{EB}+\vec{BD}+\vec{DC}=\vec{0}$

***Ex 2 :* 4 pts**

Les 2 questions sont indépendantes ; aucune figure n'est demandée

1) Soit $A(-3;6), B(6;-6), C(0;2)$
Les points A, B, C sont-ils alignés ? Justifier

$\vec{AB}\begin{pmatrix}6-(-3)\\-6-6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9\\-12\end{pmatrix}$ et $\vec{AC}\begin{pmatrix}0-(-3)\\2-6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\-4\end{pmatrix}$

donc $\vec{AB}=3.\vec{AC}$ donc $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ sont colinéaires
donc A, B, C sont alignés

2) Soit $A(-3;2), B(4;1), C(-2;-2), D(6;-4)$
Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ? Justifier

$\vec{AB}\begin{pmatrix}4-(-3)\\1-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7\\-1\end{pmatrix}$ et $\vec{DC}\begin{pmatrix}-2-6\\-2-(-4)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-8\\2\end{pmatrix}$

les produits en croix donnent : $7\times 2=14$ et $(-8)\times(-1)=8$
donc $\vec{AB}$ et $\vec{DC}$ ne sont pas colinéaires
donc (AB) et (CD) en sont pas parallèles

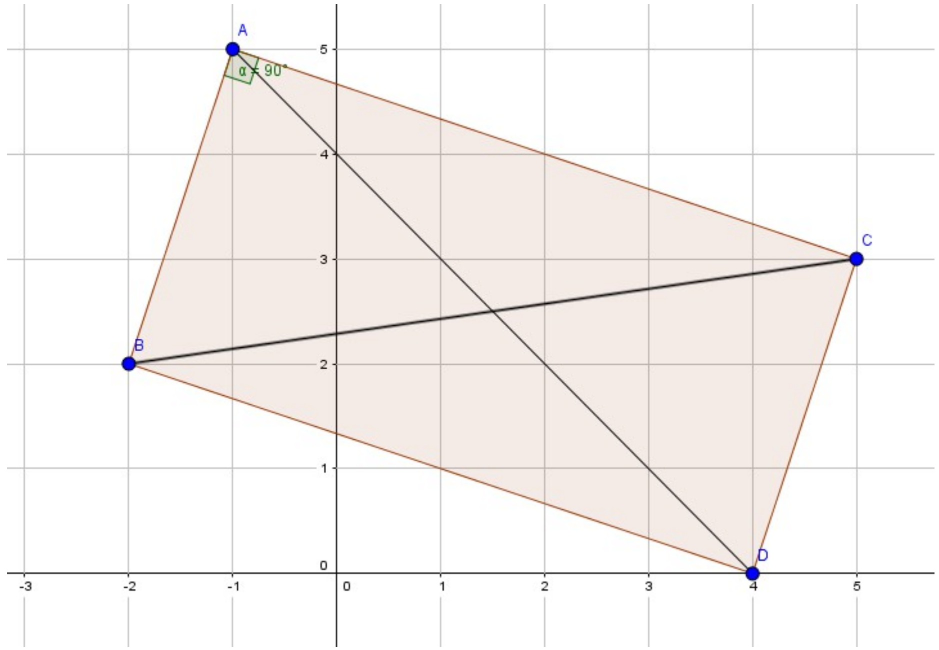
***Ex 3 :* 6 pts**

Soit $A(-1;5), B(-2;2), C(5;3)$ dans un repère orthonormé (O, I, J)

1) a) Déterminer les coordonnées du point D vérifiant $\vec{AD}=\vec{AB}+\vec{AC}$

graphiquement on lit $D(4;0)$ alors $\vec{AD}\begin{pmatrix}5\\-5\end{pmatrix}$, $\vec{AB}\begin{pmatrix}-1\\-3\end{pmatrix}$, $\vec{AB}\begin{pmatrix}6\\-2\end{pmatrix}$

on vérifie que $\vec{AD}=\vec{AB}+\vec{AC}$



b) Démontrer que $ACDC$ est un parallélogramme

$\vec{AB}\begin{pmatrix}-1\\-3\end{pmatrix}$ et $\vec{CD}\begin{pmatrix}-1\\-3\end{pmatrix}$ donc $\vec{AB}=\vec{CD}$

donc $ABDC$ est un parallélogramme

2) a) Calculer les longueurs AD et BC

$\vec{AD}\begin{pmatrix}5\\-5\end{pmatrix}$ donc $AD=\sqrt{5^2+(-5)^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

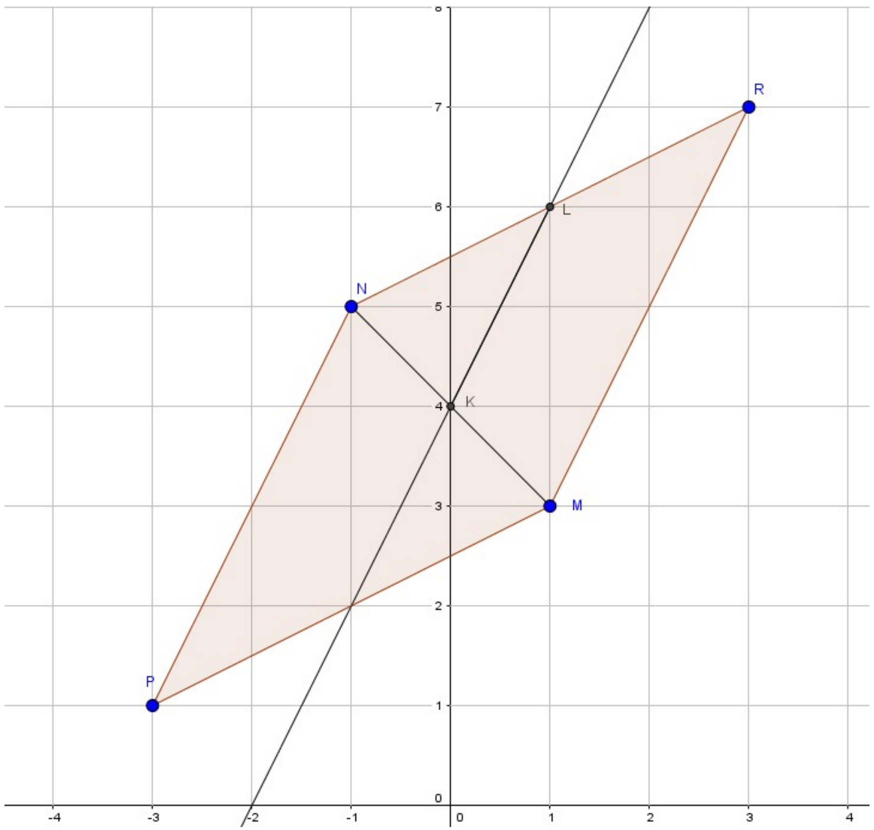
$\vec{BC}\begin{pmatrix}7\\1\end{pmatrix}$ donc $BC=\sqrt{7^2+1^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

b) Que peut-on en déduire ?

donc $AD=BC$ donc les diagonales de $ABDC$ sont égales
donc $ABDC$ est un rectangle

***Ex 4 :* 6 pts**

Soit $M(1;3), N(-1;5)$ et $P(-3;1)$ dans un repère (O, I, J)



1) a) Déterminer les coordonnées de R tel que $\overrightarrow{MR}=\overrightarrow{PN}$

graphiquement on lit $R(3;7)$ alors $\overrightarrow{MR}\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{PN}\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$

on vérifie que $\overrightarrow{MR}=\overrightarrow{PN}$

b) Quelle est la nature du quadrilatère $MRNP$ Justifier

$\overrightarrow{MR}=\overrightarrow{PN}$ donc $MRNP$ est un parallélogramme

c) calcul des longueurs de $MRNP$:

$PN=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$; $RN=\sqrt{2^2+4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

$MR=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$; $PM=\sqrt{2^2+4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

donc $PN=RN=MR=PM$ donc $MRNP$ est un losange

2) a) Déterminer les coordonnées des points K, L milieux respectifs des segments $[MN]$ et $[NR]$

graphiquement, on obtient : $K(0;4)$ et $L(1;6)$

b) Montrer que les droites (MR) et (LK) sont parallèles

$\overrightarrow{MR}\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{LK}\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{MR}=(-2).\overrightarrow{LK}$

donc $\overrightarrow{MR}$ et $\overrightarrow{LK}$ sont colinéaires

donc (MR) et (LK) sont parallèles

<u>Remarque</u> : on retrouve ainsi le théorème des milieux du programme de Collège