

Mémento Python 3 pour le calcul scientifique

©2018 – Éric Ducas & Jean-Luc Charles Version AM-1.0
Licence Creative Commons Paternité 4
Forme inspirée initialement du memento de Laurent Pointal,
disponible ici : <https://perso.limsi.fr/pointal/python:memento>

dir (nom) liste des noms des méthodes et attributs de **nom**
help (nom) aide sur l'objet **nom**
help ("nom_module.nom") aide sur l'objet **nom** du module **nom_module**

Aide F1

Types de base objets non mutables

Entier, décimal, complexe, booléen, rien

int 783 0 -192 0b010 0o642 0xF3
zéro binaire octal hexadécimal

float 9.23 0.0 -1.7e-6 (-1,7×10⁻⁶)

complex 1j 0j 2+3j 1.3-3.5e2j

bool True False

NoneType None (une seule valeur : « rien »)

Identificateurs

Noms d'objets, de fonctions, de modules, de classes, etc.

a...zA...Z_ suivi de a...zA...Z_0...9

- accents possibles mais à éviter
- mots clés du langage interdits
- distinction casse min/MAJ

⊕ a toto x7 y_max BigOne
⊗ ~~by~~ and ~~for~~

Affectation/nommage

Symbole : = affectation ⇔ association d'un nom à un objet

nom_objet = <expression>

1) évaluation de l'expression de droite pour créer un objet
2) nommage de l'objet créé

x = 1.2 + 8 + sin(y)

Affectations multiples
<n noms> = <itérable de taille n>

u, v, w = 1j, "a", None

a, b = b, a échange de valeurs

Affectations combinée avec une opération ✧
x ✧= c équivaut à : **x = x ✧ c**

Suppression d'un nom
del x l'objet associé disparaît seulement s'il n'a plus de nom, par le mécanisme du « ramasse-miettes »

Conteneurs : opérations génériques

len(c) **min(c)** **max(c)** **sum(c)**

nom in c → booléen, test de présence dans **c** d'un élément identique (comparaison ==) à **nom**

nom not in c → booléen, test d'absence

c1 + c2 → concaténation

c * 5 → 5 répétitions (**c+c+c+c+c**)

c.index(nom) → position du premier élément identique à **nom**

c.index(nom, idx) → position du premier élément identique à **nom** à partir de la position **idx**

c.count(nom) → nombre d'occurrences

Opérations sur listes

modification « en place » de la liste **L** originale ces méthodes **ne renvoient rien en général**

L.append(nom) ajout d'un élément à la fin

L.extend(itérable) ajout d'un itérable converti en liste à la fin

L.insert(idx, nom) insertion d'un élément à la position **idx**

L.remove(nom) suppression du premier élément identique (comparaison ==) à **nom**

L.pop() renvoie et supprime le dernier élément

L.pop(idx) renvoie et supprime l'élément à la position **idx**

L.sort() ordonne la liste (ordre croissant)

L.sort(reverse=True) ordonne la liste par ordre décroissant

L.reverse() renversement de la liste

L.clear() vide la liste

Objets itérables

Conteneurs numérotés (listes, tuples, chaînes de caractères)

list [1, 5, 9] ["abc"] [] ["x", -1j, ["a", False]]
tuple (1, 5, 9) ("abc",) () 11, "y", [2-1j, True]

Objets non mutables

str "abc" "z" ""

Nombre d'éléments
len(objet) donne : 3 1 0 3

expression juste avec des virgules → tuple

Conteneurs hétérogènes

▪ **Itérateurs** (objets destinés à être parcourus par **in**)

- range(n)** : pour parcourir les **n** premiers entiers naturels, de 0 à **n-1** inclus.
- range(n, m)** : pour parcourir les entiers naturels de **n** inclus à **m** exclus par pas de 1.
- range(n, m, p)** : pour parcourir les entiers naturels de **n** inclus à **m** exclus par pas de **p**.
- reversed(itérable)** : pour parcourir un objet itérable à l'envers.
- enumerate(itérable)** : pour parcourir un objet itérable en ayant accès à la numérotation.
- zip(itérable1, itérable2, ...)** : pour parcourir en parallèle plusieurs objets itérables.

Parcours de conteneurs numérotés

index à partir de 0

▪ Accès à chaque élément par **L[index]**

L[0] → 10 ⇒ le premier
L[1] → 20 ⇒ le deuxième
L[-1] → 70 ⇒ le dernier
L[-2] → 60 ⇒ l'avant-dernier

▪ Accès à une partie par **L[début inclus : fin exclue : pas]**

L[2:5] → [30, 40, 50] ⇒ indices 2,3 et 4
L[:4] → [10, 20, 30, 40] ⇒ les 4 premiers
L[-4:] → [40, 50, 60, 70] ⇒ les 4 derniers
L[::2] → [10, 30, 50, 70] ⇒ de 2 en 2
L[:] tous : copie superficielle du conteneur
L[::-1] tous, de droite à gauche
L[-2::-3] → [60, 30] ⇒ de -3 en -3 en partant de l'avant-dernier

Sur les listes (conteneurs mutables), suppression d'un élément ou d'une partie par **del**, et remplacement par =

del L[4] effet sur la liste **L** similaire à **L.pop(4)** **L[4] = 99** → **L** devient [10, 20, 30, 40, 99, 60, 70]
→ **L** devient [10, 20, 30, 40, 60, 70]

del L[1::2] suppression des éléments d'indices impairs **L[1::2] = "abc"** itérable ayant le même nombre d'éléments que la partie à remplacer, sauf si le pas vaut 1
→ **L** devient [10, "a", 30, "b", 50, "c", 70]
L[1:-1] = range(2) → **L** devient [10, 0, 1, 70]

Chaînes de caractères

Caractères spéciaux : "\n" retour à la ligne
"\t" tabulation
"\" « backslash \ »
"\" ou "'" guillemet "
"'" ou '\'' apostrophe "

Exemple :
ch = "X\tY\tZ\n1\t2\t3"
print(ch) affiche : X Y Z
1 2 3
print(repr(ch)) affiche : 'X\tY\tZ\n1\t2\t3'

r"dossier\sd\nom.py" → 'dossier\sd\nom.py'
Le préfixe **r** signifie "raw string" (tous les caractères sont considérés comme de vrais caractères)

Méthodes sur les chaînes

Une chaîne n'est pas modifiable ; ces méthodes renvoient en général une nouvelle chaîne ou un autre objet

"nomfic.txt".replace(".txt", ".png") → 'nomfic.png'

"b-a-ba".replace("a", "eu") → 'b-eu-beu' remplacement de toutes les occurrences

"\tUne phrase.\n".strip() → 'Une phrase.' nettoyage début et fin

"des mots\tespacés".split() → ['des', 'mots', 'espacés']

"1.2,4e-2,-8.2,2.3".split(",") → ['1.2', '4e-2', '-8.2', '2.3']

" ; ".join(["1.2", "4e-2", "-8.2", "2.3"]) → '1.2 ; 4e-2 ; -8.2 ; 2.3'

ch.lower() minuscules, **ch.upper()** majuscules, **ch.title()**, **ch.swapcase()**

Recherche de position : **find** similaire à **index** mais renvoie -1 en cas d'absence, au lieu de soulever une erreur

"image.png".endswith(".txt") → False
"essai001.txt".startswith("essai") → True

Formatage La méthode **format** sur une chaîne contenant "{<numéro>:<format>}" (accolades)

"{} ~ {}".format("pi", 3.14) → 'pi ~ 3.14' ordre et formats par défaut

"{1:} -> {0:}{1:}".format(3, "B") → 'B -> 3B' ordre, répétition

"essai_{:04d}.txt".format(12) → 'essai_0012.txt' entier, 4 chiffres, complété par des 0

"L : {:.3f} m".format(0.01) → 'L : 0.010 m' décimal, 3 chiffres après la virgule

"m : {:.2e} kg".format(0.012) → 'm : 1.20e-02 kg' scientifique, 2 chiffres après la virgule

Mémento Python 3 pour le calcul scientifique

Blocs d'instructions

```
instruction parente :  
→ bloc d'instructions 1...  
  :  
  instruction parente :  
    → bloc d'instructions 2...  
      :  
instruction suivant le bloc 1  
  :
```

↳ Symbole : puis indentation (4 espaces en général)

Instruction conditionnelle

```
if booléen1 :  
→ bloc d'instructions 1...  
  :  
elif booléen2 :  
→ bloc d'instructions 2...  
  :  
else :  
→ dernier bloc...  
  :
```

↳ Blocs **else** et **elif** facultatifs.
↳ **if/elif x** : si **x** n'est pas un booléen équivaut en Python à **if/elif bool(x)** : (voir conversions).

Définition de fonction

↳ Une fonction fait des actions et renvoie un ou plusieurs objets, ou ne renvoie rien.

```
def nom_fct(x,y,z=0,a=None) :  
→ bloc d'instructions...  
  :  
  if a is None :  
  :  
  else :  
  :  
  return r0,r1,...,rk
```

x et **y** : arguments positionnels, obligatoires
z et **a** : arguments optionnels avec des valeurs par défaut, nommés

↳ Plusieurs **return** possibles (interruptions)
↳ Une absence de **return** signifie qu'à la fin, **return None** (rien n'est renvoyé)

↳ Autant de noms que d'objets renvoyés

Appel(s) de la fonction

```
a0,a1,...,ak = nom_fct(-1,2)  
b0,b1,...,bk = nom_fct(3.2,-1.5,a="spline")
```

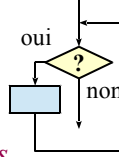
True/False Logique booléenne

- Opérations booléennes
not A « non A »
A and B « A et B »
A or B « A ou B »
(**not A**) and (**B or C**) exemple
- Opérateurs renvoyant un booléen
nom1 is nom2 2 noms du même objet ?
nom1 == nom2 valeurs identiques ?
- Autres comparateurs :
< > <= >= != (≠)
- nom_objet in nom_iterable**
l'itérable **nom_iterable** contient-il un objet de valeur identique à celle de **nom_objet** ?

Boucle conditionnelle

↳ Bloc d'instructions répété tant que **condition** est vraie

```
while condition :  
→ instructions...  
  :  
  (valeurs impliquées dans condition modifiées)  
  :
```



↳ **Attention aux boucles sans fin !**

```
from random import randint  
somme, nombre = 0, 0  
while somme < 100 :  
  nombre += 1  
  somme += randint(1, 10)  
print(nombre, ";", somme)
```

Contrôle de boucle

break sortie immédiate
continue itération suivante

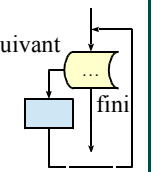
Exemple

Le nombre d'itérations n'est pas connu à l'avance

Boucle par itérations

↳ Bloc d'instructions répété pour chaque élément de l'itérable, désigné par **nom**

```
for nom in itérable :  
→ instructions...  
  :
```



Variantes avec parcours en parallèle

```
for a,b in itérable :  
→ bloc d'instructions  Itérations sur des couples
```

```
for numéro,nom in enumerate(itérable) :  
→ bloc d'instructions  Numérotation en parallèle, à partir de 0
```

```
for numéro,nom in enumerate(itérable,d) :  
→ bloc d'instructions  Numérotation en parallèle, à partir de d
```

```
for e1,e2,... in zip(itérable1,itérable2,...) :  
→ bloc d'instructions  Parcours en parallèle de plusieurs itérables ; s'arrête dès qu'on arrive à la fin de l'un d'entre eux
```

Conversions

```
bool(x) → False pour x : None, 0(int), 0.0(float), 0j(complex), itérable vide  
→ True pour x : valeur numérique non nulle, itérable non vide
```

```
int("15") → 15  
int("15", 7) → 12 (base 7)  
int(-15.56) → -15 (troncature)  
round(-15.56) → -16 (arrondi)  
float(-15) → -15.0  
float("-2e-3") → -0.002  
complex("2-3j") → (2-3j)  
complex(2,-3) → (2-3j)
```

list(x) Conversion d'un itérable en liste
exemple : **list(range(12,-1,-1))**

sorted(x) Conversion d'un itérable en liste ordonnée (ordre croissant)

sorted(x, reverse=True) Conversion d'un itérable en liste ordonnée (ordre décroissant)

tuple(x) Conversion en tuple

"{}".format(x) Conversion en chaîne de caractères

```
ord("A") → 65 ; chr(65) → 'A'
```

Liste en compréhension

- Inconditionnelle / conditionnelle
L = [f(e) for e in itérable]
L = [f(e) for e in itérable if b(e)]

Fichiers texte

↳ N'est indiquée ici que l'ouverture avec fermeture automatique, au format normalisé UTF-8.

↳ Le « **chemin** » d'un fichier est une chaîne de caractères (voir module **os** ci-dessous)

- Lecture intégrale d'un seul bloc
with open(chemin, "r", encoding="utf8") as f :
→ **texte = f.read()**
- Lecture ligne par ligne
with open(chemin, "r", encoding="utf8") as f :
→ **lignes = f.readlines()**
(Nettoyage éventuel des débuts et fins de lignes)
lignes = [c.strip() for c in lignes]
- Écriture dans un fichier
with open(chemin, "w", encoding="utf8") as f :
→ **f.write(début) ...**
 :
 f.write(suite) ...
 :
 f.write(fin)

Gestion basique d'exceptions

```
try :  
→ bloc à essayer  
except :  
→ bloc exécuté en cas d'erreur
```

Affichage

```
x,y = -1.2,0.3  
print("Pt", 2, "(", x, ", ", y+4, ")")  
→ Pt 2 = ( -1.2 , 4.3 )
```

↳ Un espace est inséré à la place de chaque virgule séparant deux objets consécutifs. Pour mieux maîtriser l'affichage, utiliser la méthode de formatage **str.format**

Saisie

```
s = input("Choix ? ")
```

↳ **input** renvoie toujours une chaîne de caractères ; la convertir si besoin vers le type désiré

Mathématiques

- Opérations
+ - * /
****** puissance **2**10 → 1024**
// quotient de la division euclidienne
% reste de la division euclidienne
- Fonctions intrinsèques
abs(x) valeur absolue / module
round(x,n) arrondi du float **x** à **n** chiffres après la virgule
pow(a,b) équivalent à **a**b**
pow(a,b,p) reste de la division euclidienne de **a^b** par **p**
z.real → partie réelle de **z**
z.imag → partie imaginaire de **z**
z.conjugate() → conjugué de **z**

Quelques modules internes de Python (The Python Standard Library)

```
import os
```

os.getcwd() → **Chemin absolu** du « répertoire de travail » (working directory), à partir duquel on peut donner des **chemins relatifs**.

Chemin absolu : chaîne commençant par une lettre majuscule suivie de **":"** (Windows), ou par **"/"** (autre)

Chemin relatif par rapport au répertoire de travail **wd** :

- nom de fichier ↔ fichier dans **wd**
- ."** ↔ **wd** ; **.."** ↔ père de **wd**
- "/.."** ↔ grand-père de **wd**
- "sous-dossier/image.png"**

↳ Le séparateur **"/"** fonctionne pour tous les systèmes, au contraire du **\"(\\)"**

```
os.listdir(chemin) → liste des sous-dossiers et fichiers du dossier désigné par chemin.
```

```
os.path.isfile(chemin) → Booléen : est-ce un fichier ?  
os.path.isdir(chemin) → Booléen : est-ce un dossier ?  
for sdp,Lsd,Lnf in os.walk(chemin) :  
→ Parcours récursivement chaque sous-dossier, de chemin relatif sdp, dont la liste des sous-dossiers est Lsd et celle des fichiers est Lnf
```

```
import sys
```

sys.path → liste des chemins des dossiers contenant des modules Python

```
sys.path.append(chemin)
```

Ajout du **chemin absolu** d'un dossier contenant des modules

```
sys.platform
```

→ nom du système d'exploitation

Importation de modules

Module **mon_mod** ↔ Fichier **mon_mod.py**

- Importation d'objets par leurs noms
from mon_mod import nom1,nom2
- Importation avec renommage
from mon_mod import nom1 as n1
- Importation du module complet
import mon_mod
 :
 ... **mon_mod.nom1** ...
- Importation du module complet avec renommage
import mon_mod as mm
 :
 ... **mm.nom1** ...

Programme utilisé comme module

↳ **Bloc-Test** (non lu en cas d'utilisation du programme **mon_mod.py** en tant que module)

```
if __name__ == "__main__" :  
→ Bloc d'instructions  
  :
```

```
from time import time
```

debut = time() Évaluation d'une durée d'exécution, en secondes

```
:(instructions)  
duree = time() - debut
```


Mémento Python 3 pour le calcul scientifique

Aide numpy/scipy

`np.info (nom_de_la_fonction)`

`import numpy as np`

Fonctions mathématiques

En calcul scientifique, il est préférable d'utiliser les fonctions de **numpy**, au lieu de celles des modules basiques **math** et **cmath**, puisque **les fonctions de numpy sont vectorisées** : elle s'appliquent aussi bien à des scalaires (**float**, **complex**) qu'à des vecteurs, matrices, tableaux, avec des durées de calculs minimisées.

`np.pi`, `np.e` → Constantes π et e

`np.abs`, `np.sqrt`, `np.exp`, `np.log`, `np.log10`, `np.log2` → **abs**, racine carrée, exponentielle, logarithmes népérien, décimal, en base 2

`np.cos`, `np.sin`, `np.tan` → Fonctions trigonométriques (angles en radians)

`np.degrees`, `np.radians` → Conversion radian→degré, degré→radian

`np.arccos`, `np.arcsin` → Fonctions trigonométriques réciproques

`np.arctan2(y, x)` → Angle dans $]-\pi, \pi]$

`np.cosh`, `np.sinh`, `np.tanh` (trigonométrie hyperbolique)

`np.arcsinh`, `np.arccosh`, `np.arctanh`

Tableaux numpy.ndarray : généralités

Un tableau **T** de type **numpy.ndarray** (« n-dimensional array ») est un **conteneur homogène** dont les valeurs sont stockées en mémoire de façon séquentielle.

T.ndim → « dimension **d** » = nombre d'indices (1 pour un vecteur, 2 pour une matrice)

T.shape → « forme » = plages de variation des indices, regroupées en **tuple** $(n_0, n_1, \dots, n_{d-1})$: le premier indice varie de 0 à n_0-1 , le deuxième de 0 à n_1-1 , etc.

T.size → nombre d'éléments, valant $n_0 \times n_1 \times \dots \times n_{d-1}$

T.dtype → type des données contenues dans le tableau (**np.bool**, **np.int32**, **np.uint8**, **np.float**, **np.complex**, **np.unicode**, etc.)

shp est la forme du tableau créé, **data_type** le type de données contenues dans le tableau (**np.float** si l'option **dtype** n'est pas utilisée)

T = np.empty(shp, dtype=data_type) → pas d'initialisation

T = np.zeros(shp, dtype=data_type) → tout à 0/False

T = np.ones(shp, dtype=data_type) → tout à 1/True

Tableaux de même forme que **T** (même type de données que **T** si ce n'est pas spécifié) :

S = np.empty_like(T, dtype=data_type)

S = np.zeros_like(T, dtype=data_type)

S = np.ones_like(T, dtype=data_type)

générateurs

Un vecteur **V** est un tableau à un seul indice

Comme pour les listes, **V[i]** est le $(i+1)^{\text{ème}}$ coefficient, et l'on peut extraire des sous-vecteurs par : **V[:2]**, **V[-3:]**, **V[:, :-1]**, etc.

Si **c** est un nombre, les opérations **c*V**, **V/c**, **V+c**, **V-c**, **V//c**, **V%c**, **V**c** se font sur chaque coefficient

Si **U** est un vecteur de même dimension que **V**, les opérations **U+V**, **U-V**, **U*V**, **U/V**, **U//V**, **U%V**, **U**V** sont des **opérations terme à terme**

Produit scalaire : **U.dot(V)** ou **np.dot(U, V)** ou **U@V**

Vecteurs

générateurs

np.linspace(a, b, n)

→ **n** valeurs régulièrement espacées de **a** à **b** (bornes incluses)

np.arange(x_min, x_max, dx)

→ de x_{\min} inclus à x_{\max} exclu par pas de **dx**

Statistiques

Sans l'option **axis**, un tableau est considéré comme une simple séquence de valeurs

T.max(), **T.min()**, **T.sum()**

T.argmax(), **T.argmin()** indices séquentiels des extremums

T.sum(axis=d) → sommes sur le $(d-1)$ -ème indice

T.mean(), **T.std()**, **T.std(ddof=1)** moyenne, écart-type

V = np.unique(T) valeurs distinctes, sans ou avec les effectifs

V, N = np.unique(T, return_counts=True)

np.cov(T), **np.corrcoef(T)** matrices de **covariance** et de **corrélation** ; **T** est un tableau $k \times n$ qui représente **n** répétitions du tirage d'un vecteur de dimension **k** ; ces matrices sont $k \times k$.

Modules random et numpy.random

Tirages pseudo-aléatoires

`import random`

random.random() → Valeur flottante dans l'intervalle $[0,1[$ (loi uniforme)

random.randint(a, b) → Valeur entière entre **a** inclus et **b** inclus (équiprobabilité)

random.choice(L) → Un élément de la liste **L** (équiprobabilité)

random.shuffle(L) → **None**, mélange la liste **L** « **en place** »

`import numpy.random as rd`

rd.rand(n0, ..., nd-1) → Tableau de forme (n_0, \dots, n_{d-1}) , de flottants dans l'intervalle $[0,1[$ (loi uniforme)

rd.randint(a, b, shp) → Tableau de forme **shp**, d'entiers entre **a** inclus et **b** exclu (équiprobabilité)

rd.randint(n, size=d) → Vecteur de dimension **d**, d'entiers entre 0 et **n-1** (équiprobabilité)

rd.choice(Omega, n, p=probas) → Tirage **avec remise** d'un échantillon de taille **n** dans **Omega**, avec les probabilités **probas**

rd.choice(Omega, n, replace=False) → Tirage **sans remise** d'un échantillon de taille **n** dans **Omega** (équiprobabilité)

rd.normal(m, s, shp) → Tableau de forme **shp** de flottants tirés selon une loi normale de moyenne **m** et d'écart-type **s**

rd.uniform(a, b, shp) → Tableau de forme **shp** de flottants tirés selon une loi uniforme sur l'intervalle $[a, b[$

Le passage maîtrisé **list** ↔ **ndarray** permet de bénéficier des avantages des 2 types

T = np.array(L) → Liste en tableau, type de données automatique

T = np.array(L, dtype=data_type) → Idem, type spécifié

L = T.tolist() → Tableau en liste

new_T = T.astype(data_type) → Conversion des données

S = T.flatten() → Conversion en vecteur (la séquence des données telles qu'elles sont stockées en mémoire)

np.unravel_index(ns, T.shape) donne la position dans le tableau **T** à partir de l'index séquentiel **ns** (indice dans **S**)

Conversions

Matrices

générateurs

np.eye(n) → matrice identité d'ordre **n**

np.eye(n, k=d) → matrice carrée d'ordre **n** avec des 1 décalés de **d** vers la droite par rapport à la diagonale

np.diag(V) → matrice diagonale dont la diagonale est le vecteur **V**

Une matrice **M** est un tableau à deux indices

M[i, j] est le coefficient de la $(i+1)$ -ième ligne et $(j+1)$ -ième colonne
M[i, :] est la $(i+1)$ -ième ligne, **M[:, j]** la $(j+1)$ -ième colonne, **M[i:i+h, j:j+l]** une sous-matrice $h \times l$

Opérations : voir Vecteurs

Produit matriciel : **M.dot(V)** ou **np.dot(M, V)** ou **M@V**

M.transpose(), **M.trace()** → transposée, trace

Matrices carrées uniquement (algèbre linéaire) :

`import numpy.linalg as la` ("Linear algebra")

la.det(M), **la.inv(M)** → déterminant, inverse

vp = la.eigvals(M) → **vp** vecteur des valeurs propres

vp, P = la.eig(M) → **P** matrice de passage

la.matrix_rank(M), **la.matrix_power(M, p)**

X = la.solve(M, V) → Vecteur solution de **MX = V**

B = (T==1.0)

B = (abs(T)<=1.0) → **B** est un tableau de booléens, de même forme que **T**

B = (T>0) * (T<1) Par exemple **B*np.sin(np.pi*T)** renverra un tableau de $\sin(\pi x)$ pour tous les coefficients **x** dans $]0,1[$ et de 0 pour les autres

B.any(), **B.all()** → booléen « Au moins un **True** », « Que des **True** »

indices = np.where(B) → **tuple** de vecteurs d'indices donnant les positions des **True**

T[indices] → extraction séquentielle des valeurs

T.clip(v_min, v_max) → tableau dans lequel les valeurs ont été ramenées entre **v_min** et **v_max**

Intégration numérique

`import scipy.integrate as spi`

spi.odeint(F, Y0, vt) → renvoie une solution numérique du problème de Cauchy $Y'(t) = F(Y(t), t)$, où **Y(t)** est un vecteur d'ordre **n**, avec la condition initiale $Y(t_0) = Y_0$, pour les valeurs de **t** dans le vecteur **vt** commençant par t_0 , sous forme d'une matrice $n \times k$

spi.quad(f, a, b) [0] → renvoie une évaluation numérique de l'intégrale : $\int_a^b f(t) dt$

