TD Espace - 2nde

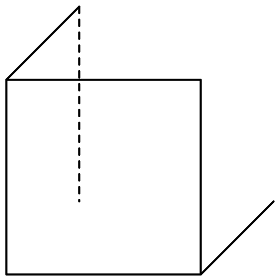
Exercice 1

Voici les règles pour représenter un solide en perspective cavalière :

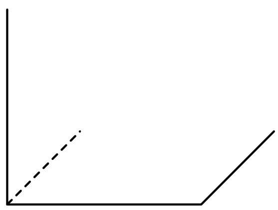
- Les figures vus de face restent inchangées.
- Des droites parallèles sont représentées par des droites parallèles.
- L'alignement des points est conservé.
- Le rapport de longueur est conservé : en particulier un milieu reste un milieu.
- Les parties cachées sont représentès en pointillés.

Voici des représentations incomplètes d'un cube en perspective cavalière. Tracer les lignes manquantes en respectant la perspective cavalière.

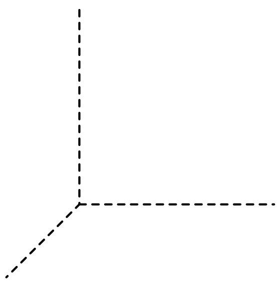
a.



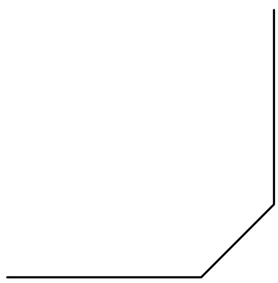
b.



c.



d.



Exercice 2

On considère un quart de cercle représenté dans le plan *(Fig. 1)* et dans l'espace *(Fig. 2)* :

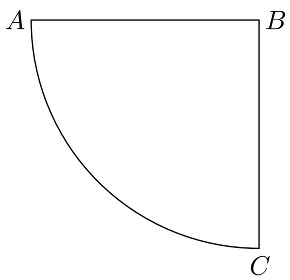


Fig 1

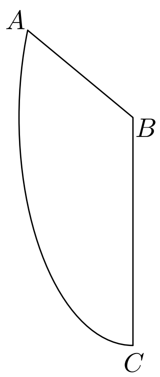


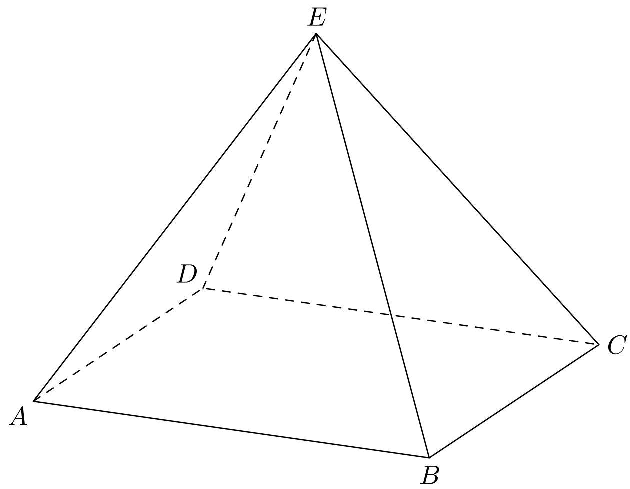
Fig 2

On n'utilsera, dans cet exercice, que la règle non-graduée et le compas.

1. Dans la figure 1 :
   a. Placer les milieux des segments $[BA]$ et $[BC]$. Justifier votre construction.
   b. Placer le milieu de l'arc $\widehat{AC}$. Justifier votre construction.
2. Dans la figure 2 :
   a. Placer les milieux des segments $[BA]$ et $[BC]$.
   b. Peut-on placer le milieu de l'arc $\widehat{AC}$.

Exercice 3

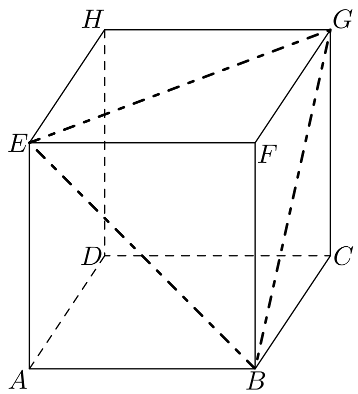
On considère la pyramide à base rectangulaire $ABCDE$ représentée ci-dessous :



1. a. Placer sur la figure le centre du rectangle $ABCD$.
   b. Quelle propriété a été utilisée de la perspective cavalière pour placer le point O ?
2. a. Placer le centre de gravité G du triangle EBC.
   b. Quelles propriétés de la perspective cavalière ont été utilisées pour tracer ce centre de gravité ?

Exercice 4

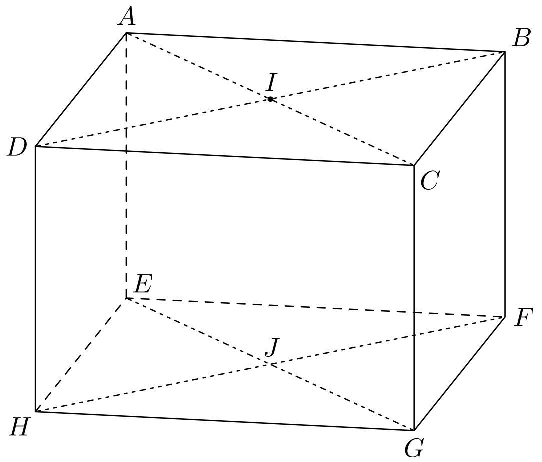
On considère le cube $ABCDEFGH$ représenté ci-dessous.



1. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{FGB}$.
2. a. Donner la nature du triangle BEG. Justifier votre réponse.
   b. Donner la mesure de l'angle $\widehat{EBG}$.

Exercice 5

On considère le pavé droit $ABCDEFGH$; on note I et J les milieux respectifs des faces $ABCD$ et $EFGH$.

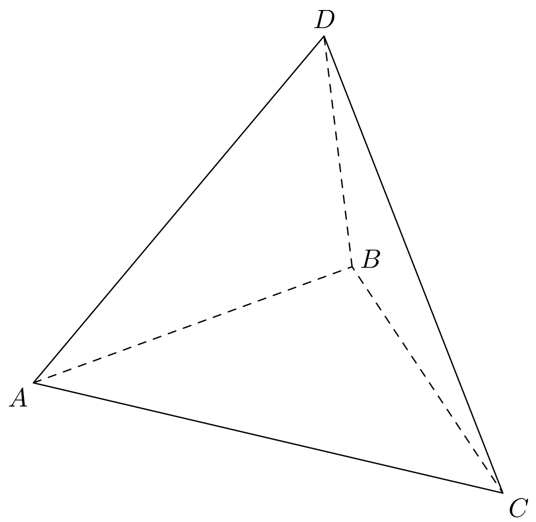


On suppose désormais les mesures suivantes connues :
$AB = 8\,cm$; $AD = 6\,cm$; $AE = 7\,cm$
et on admet que le solide $IDCJHG$ est un prisme droit :

1. Calculer le volume du prisme $IDCJHG$.
2. Calculer la surface latérale du prisme $IDCJHG$.

Exercice 6

Dans l'espace, on considère le tétraèdre régulier $ABCD$ de côté $5\,cm$: toutes ces faces sont des triangles équilatérals et le pied de la hauteur issue d'un sommet est le centre de la face opposée de ce sommet.



1. Dans le triangle ABC :
   a. Dessiner la hauteur issue du sommet C. On notera I le pied de cette hauteur. Justifier votre construction.
   b. Placer le point G centre de gravité du triangle ABC. Justifier.

On admet que toutes les hauteurs d'un triangle équilatéral de côté a ont pour mesure $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$:

2. Donner la mesure du segment $[CI]$.
3. a. Donner la mesure du segment $[CG]$. Justifier votre réponse.
   b. Déterminer la mesure du segment $[DG]$.
4. Déterminer le volume du tétraèdre régulier $ABCD$.

Exercice 7

Sur la ligne de train Lyon-Marseille :
- Un TGV part de Lyon à destination de Marseille à $9h\,30$ et roule à la vitesse constante de $300\,{}^{km}\!/_{h}$.
- Un train Grande-Ligne part de Marseille pour relier Lyon à $9h$ et roule à la vitesse constante de $150\,{}^{km}\!/_{h}$.

A quelle heure les deux trains vont se croiser ? *(La distance Lyon-Marseille est de $255\,km$)*

Indication :
- On note x le temps écoulé en heures à partir de $9h\,30$.
- On note $L(x)$ la distance parcourue par le train partant de Lyon rejoignant Marseille à l'instant x.
- On note $M(x)$ la distance à l'intstant x restant à parcourir par le train partant de Marseille et reliant Lyon.

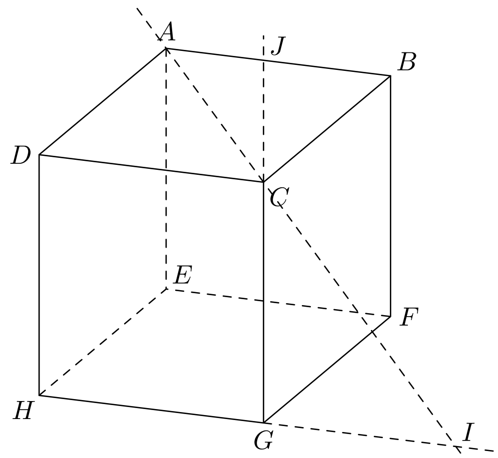
Exercice 8

Répondre par oui ou non aux questions suivantes :

1. Deux points définissent toujours une unique droite ?
2. Trois points définissent toujours un unique plan ?
3. L'intersection de deux plans est un point ?

Exercice 9

Dans l'espace, on considère le cube $ABCDEFGH$ dont la représentation est donnée ci-dessous :



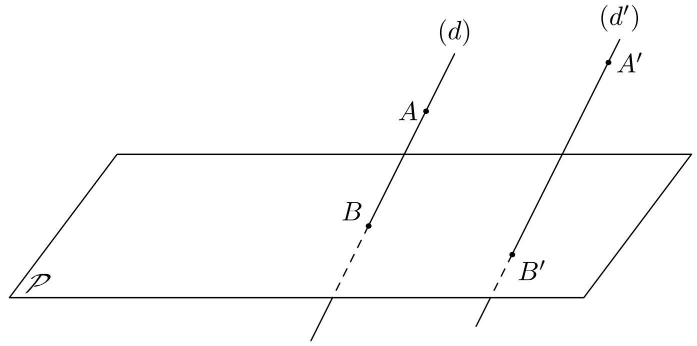
Dans la représentation suivante, I est un point appartenant à la droite (GH) et J appartient à la droite (AB).

Quatre affirmations sont proposées ci-dessous. Dire si chacune de ces propositions est vrai ou fause en justifiant votre réponse.

1. Le triangle EHD rectangle en H.
2. Les droites (AC) et (GH) sont sécantes en I
3. Le quadrilatère $BCHE$ est un rectangle.
4. J est le point d'intersection de (CG) et (AB)

Exercice 10

Dans l'espace, on considère un plan $(\mathcal{P})$ et deux droites (d) et (d') parallèles. A et B sont respectivement des points des droites (d) et (d'). On nomme B et B' les points d'intersections respectifs des droites (d) et (d') avec le plan $(\mathcal{P})$.

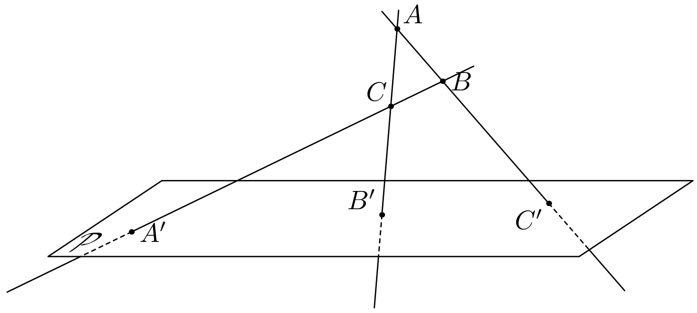


1. Justifier que les points A, B, A' et B' sont coplanaires.
2. Justifier que les droites (AA') et (BB') ne sont pas parallèles.
3. Placer, dans la figure, le point d'intersection des droites (AA') et (BB').

Exercice 11

On considère dans l'espace un plan $(\mathcal{P})$ et A, B, C n'appartenant pas à ce plan et non-alignés. On note :

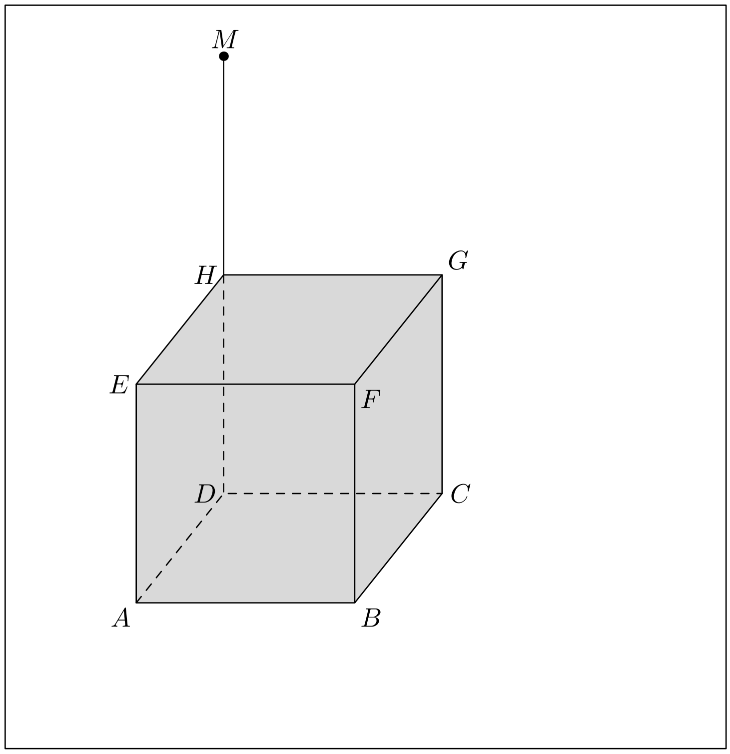
- A' le point d'intersection de la droite (BC) avec $(\mathcal{P})$;
- B' le point d'intersection de la droite (AC) avec $(\mathcal{P})$;
- C' est le point d'intersection de la droite (AB) avec $(\mathcal{P})$;



Démontrer que les points A', B' et C' sont alignés.

Exercice 12

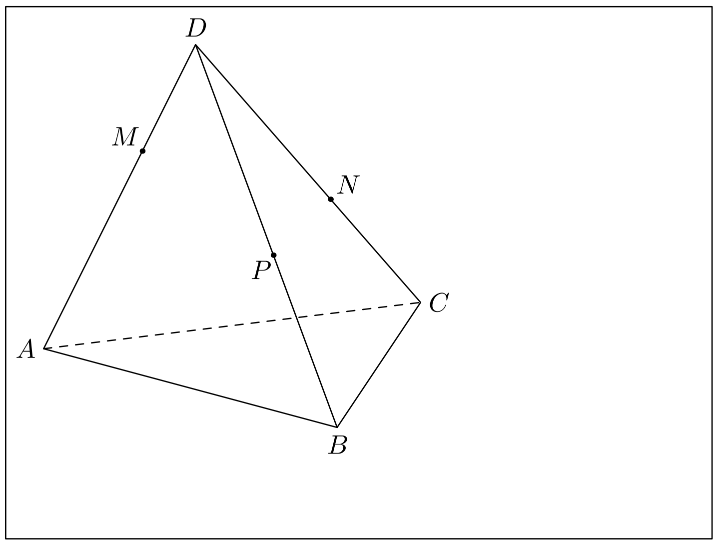
Soit $ABCDEFGH$ un cube. On considère une source lumineuse M placé au dessus du cube tel que : $\overrightarrow{DH} = \overrightarrow{HM}$



Dessiner l'ombre créée par cette source lumineuse autour du cube.

Exercice 13

Dans l'espace, on considère le tétraèdre $ABCD$. On note M, N, P des points appartenant respectivement aux arêtes $[DA]$, $[DC]$, $[DB]$:

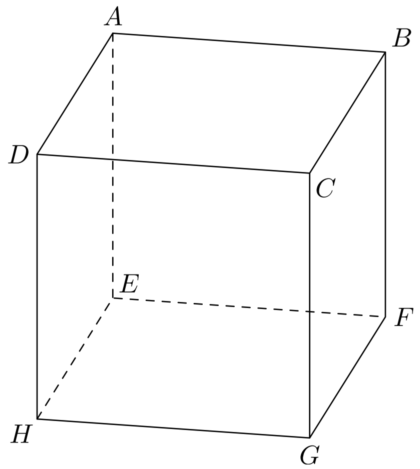


Tracer l'intersection du plan (ABC) et du plan (MNP).

Exercice 14

Définition :

Deux droites sont coplanaires si elles appartiennent à un même plan.



Dans le cube $ABCDEFGH$ ci-contre :

1. Parmi les couples de droites ci-dessous, lesquelles sont coplanaires entre elles :

a. (EA) et (FB) b. (HE) et (CB)

c. (HC) et (AD) d. (GA) et (CA)

e. (HB) et (DA)

Dans la question suivante, nous allons utiliser les trois définitions suivantes :

Définition :

Deux droites sont parallèles dans l'espace si elles sont **coplanaires** *et si elles sont parallèles dans ce plan.*

Définition :

Deux plans sont parallèles lorsqu'ils n'ont aucun point en commun ou alors lorsqu'ils sont confondus.

Définition :

Une droite et un plan sont parallèles lorsque :

- *ou bien $\mathcal{P}$ et Δ n'ont aucun point en commun.*
- *ou alors la droite Δ est incluse dans le plan $\mathcal{P}$*

2. Parmi les couples ci-dessous, lesquels définissent un couple d'objets parallèles :

a. (GD) et (AB) b. (EB) et (HGC)

c. (EF) et (DC) d. (BAH) et (GFH)

Vocabulaire :

On parle de droites perpendiculaires uniquement dans le cas de droites coplanaires

Définition :

- *Deux droites sont orthogonales si elles sont respectivement parallèles à deux droites perpendiculaires d'un même plan*
- *Une droite est orthogonale à un plan si elle est orthogonale à toutes droites de ce plan.*

3. Donnez les couples ci-dessous qui sont orthogonaux :

a. (EF) et (HE) b. (DB) et (AB)

c. (HD) et (ABC) d. (HB) et (BFG)

e. (AC) et (HDF) f. (HF) et (GCF)