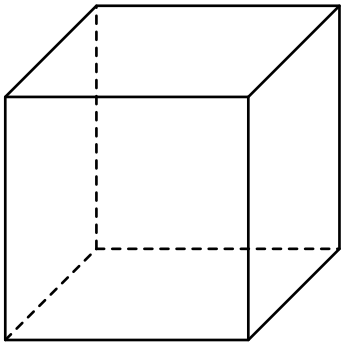
TD Espace - 2nde

Correction 1

Voici la représentation complète d'un cube en perspective cavalière :



Correction 2

1. a. Les milieux des segments $[AB]$ et $[BC]$ sont obtenues à l'aide de la construction des médiatrices.

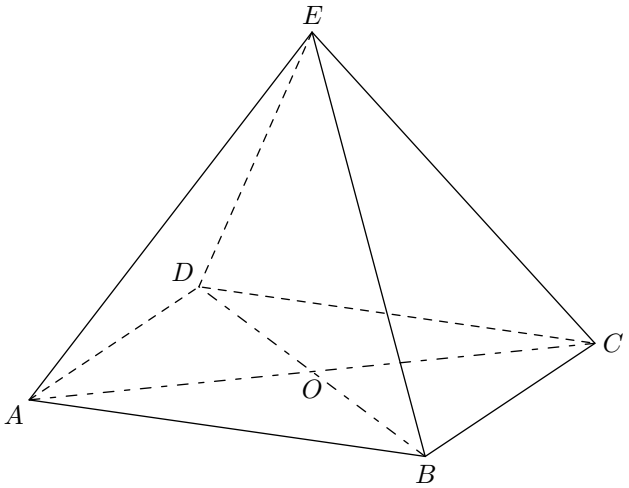
   b. Pour obtenir le milieu de l'arc $\widehat{AC}$, on utilise la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$.

2. a. Le milieu de la représentation du segment $[AB]$ est obtenu par la médiatrice sur la représentation du segment $[AB]$.
   Dans la perspective cavalière, le milieu est conservé : ainsi, le milieu obtenu sur la représentation du segment $[AB]$ est le milieu du segment $[AB]$.

   b. Il n'y a pas de conservation des angles dans la perspective cavalière. Il n'est donc pas possible d'obtenir géométriquement la position du milieu de l'arc $\widehat{AC}$.

Correction 3

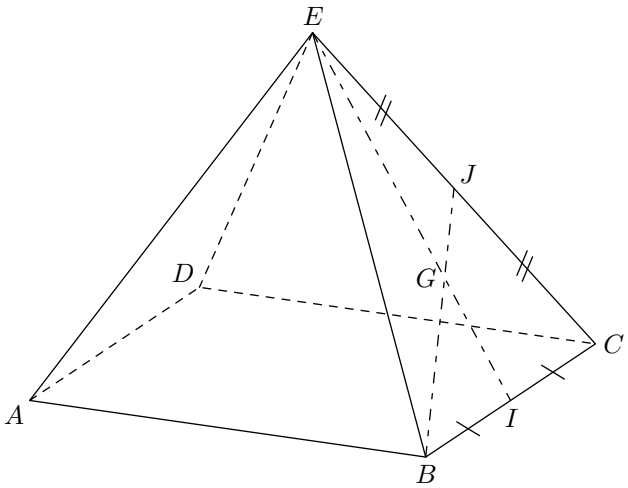
1. a. Voici la représentation du centre O du rectangle $ABCD$:



   b. La propriété utilisée est la conservation de l'alignement des points :

   - Les points D, O, B étant alignés dans l'espace, ces trois points seront également alignés dans la perspective cavalière.
   - Idem pour les points A, O et C.

2. a. Voici la représentation du centre de grabité G du triangle ABC.



   b. Dans le triangle EBC, le point G est l'intersection des médianes. La conservation de l'alignement des points permettra d'affirmer que dans la représentation par perspective cavalière le point G est le point d'intersection des représentations des médianes.
   Pour tracer les médianes issues de E et B, on utilise la conservation des milieux dans la représentation de segment.

Correction 4

1. La face $BCGF$ est un carré et le segment $[BG]$ est une diagonale de ce carré. On en déduit la mesure suivante : $\widehat{FGB} = 45^o$.

2. a. Les segments $[EG]$, $[BG]$ et $[BE]$ représentent des diagonales de carrés de même dimension : ces diagonales ont même longueur.
   Le triangle BEG a ses trois côtés de même longueur : on en déduit que le triangle BEG est un triangle équilatéral.

   b. Les angles d'un triangle équilatéral mesurent tous 60° : $\widehat{EBG} = 60^o$.

Correction 5

1. Les diagonales d'un rectangle étant de même longueur et s'interceptant en leurs milieux, on en déduit que le triangle JHG est isocèle en J.

   Ainsi, la hauteur issue du sommet principal J est également la médiane. Ainsi, la hauteur issue de J intercepte la base $[GH]$ en son milieu.
   Le théorème des milieux permet d'affirmer que cette hauteur mesure la moitié du segment $[HE]$.

   Le triangle HJG a pour aire :
   $\mathcal{A}_{HJG} = \dfrac{8\times3}{2} = 12\,cm^2$

   Le prisme droit $IDCJHG$ a pour volume :
   $\mathcal{V} = \mathcal{A}\times h = 12\times7 = 84\,cm^3$

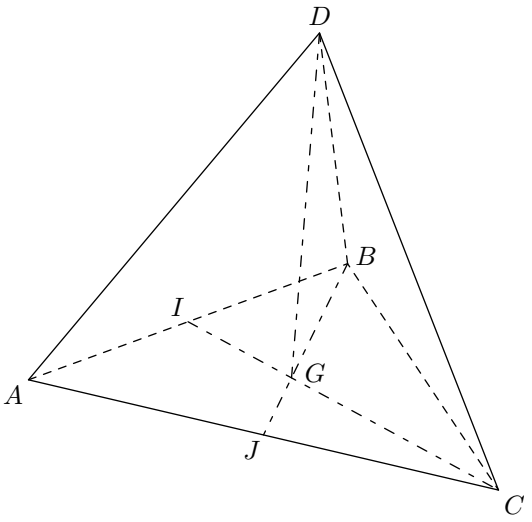
2. Dans le triangle HGF rectangle en G, d'après le théorème de Pythagore, on a :
   $HF^2 = GH^2 + GF^2$
   $HF^2 = 8^2 + 6^2$
   $HF^2 = 64 + 36$
   $HF^2 = 100$
   $HF = 10$

Par le théorème des milieux, on a : $HJ = \frac{1}{2}\cdot 10 = 5\,cm$

L'aire latérale de ce prisme droit a pour valeur :

$$\begin{aligned}\mathcal{A} &= \mathcal{A}_{DHGC} + \mathcal{A}_{DHJI} + \mathcal{A}_{ICGJ} + \mathcal{A}_{DIC} + \mathcal{A}_{HJG}\\ &= \mathcal{A}_{DHGC} + 2\cdot\mathcal{A}_{DHJI} + 2\cdot\mathcal{A}_{DIC}\\ &= 8\times 7 + 2\cdot(5\times 7) + 2\times 12\\ &= 56 + 70 + 24\\ &= 150\,cm^2\end{aligned}$$

Correction 6



1. a. On place le point I comme étant le milieu du segment $[AB]$: (CI) est la médiane issue de C dans le triangle ABC.
Le triangle ABC étant équilatéral, sa médiane (IC) est également sa hauteur.

   b. On place le point G centre de gravité du triangle ABC en traçant la seconde médiande de ce triangle issue du sommet B.

2. D'après le rappel de cours précisé dans l'énoncé permet de donner la mesure de la hauteur d'un triangle équilatéral de côté $5\,cm$:
$$CI = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

3. a. Le centre de gravité est situé aux deux tiers d'une médiane à partir de son sommet :
$$CG = \frac{2}{3}\cdot CI = \frac{2}{3}\times\frac{5\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{3}.$$

   b. Dans le triangle DGC rectangle en G, le théorème de Pythagore permet d'obtenir l'égalité suivante :
$$\begin{aligned}DC^2 &= DG^2 + GC^2\\ 5^2 &= DG^2 + \left(\frac{5\sqrt{3}}{3}\right)^2\\ 25 &= DG^2 + \frac{25\times 3}{9}\\ 25 - \frac{75}{9} &= DG^2\\ DG^2 &= \frac{50}{3}\\ DG &= \sqrt{\frac{50}{3}} = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{6}}{3}\end{aligned}$$

4. Le volume du tétraèdre est donné par la formule :
$$\begin{aligned}\mathcal{V} &= \frac{1}{3}\cdot\mathcal{A}\cdot h = \frac{1}{3}\times\frac{25\sqrt{3}}{2}\times\frac{5\sqrt{6}}{3}\\ &= \frac{25\sqrt{3}\times 5\sqrt{6}}{18} = \frac{75\sqrt{2}}{6}\end{aligned}$$

Correction 7

Voici les indications de l'énoncé :

- On note x le temps écoulé en heures à partir de $9h\,30$
- On note $L(x)$ la distance parcourue par le train partant de Lyon à l'instant x. A l'instant x, ce train aura déjà roulé pendant $(x{+}0{,}5)$ *(puisqu'il est parti une demi-heure avant)* à la vitesse de $140\,{}^{km}/_{h}$.
Ainsi, on a :
$L(x) = (x + 0{,}5)\times 150$
- On note $M(x)$ la distance à l'intstant x restant à parcourir par le train partant de Marseille pour atteindre Lyon.
Ainsi, au bout de x heure, il aura parcouru : $x\times 300$
Il lui restera ainsi à parcourir : $M(x) = 255 - x\times 300$

Ainsi, les deux trains se croiseront lorsque $M(x) = L(x)$.
On obtient ainsi l'équation suivante :
$$\begin{aligned}255 - 300x &= 150(x + 0{,}5)\\ 255 - 300x &= 150x + 75\\ 180 &= 450x\\ x &= \frac{180}{450} = \frac{2}{5}\,h = 0{,}4\,h = 24\,min\end{aligned}$$

Les deux trains se croiseront au bout d'un quart d'heure.

Correction 8

1. Pour que deux points définissent une unique droite, il est nécessaire que ces deux points ne soient pas confondus.
2. Pour que trois points définissent un unique point, il est nécessaire que ces trois points ne sont pas alignés.
3. L'intersection de deux points définit une droite.

Correction 9

1. La face $AEHD$ est un carré : l'angle $\widehat{DHE}$ est un angle droit.
Le triangle EHD est un triangle rectangle.
2. La droite (AC) appartient au plan (ABC) et la droite (HG) appartient au plan (EHG) : les deux droites ne peuvent pas être sécantes.
3. Les deux droites (DH) et (BF) sont parallèles, on en déduit que les quatres points D, B, F et H sont coplanaires : ces quatre points forment un quadrilatère.

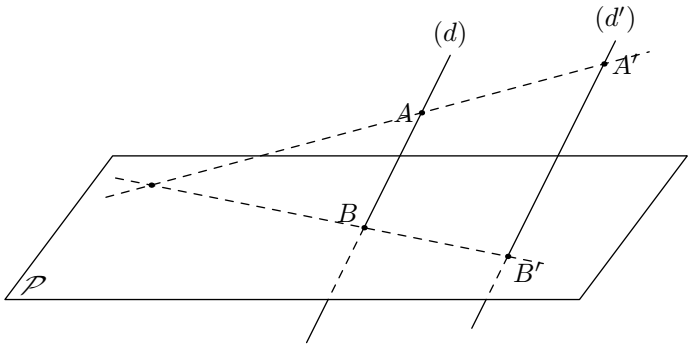
   Le plan (ABC) est orthogonal à la droite (BF) : on obtient en particulier que $(BD) \perp (BF)$. On montre de même que les quatre angles du quadrilère $DBHF$ sont droits : ce quadrilatère est un rectangle.
4. La droite (CG) appartient au plan (DHG) et la droite (AB) appartient au plan (ABF). Or, les deux plans (DHG) et (ABF) sont parallèles : on en déduit que les droites (CG) et (AB) ne peuvent pas être sécantes.

Correction 10

1. Les deux droites étant parallèles, on en déduit que ces deux droites appartiennent à un même plan : les points A, B, A' et B' sont coplanaires.

2. Les droites (AA') et (BB') ne sont pas parallèles car en perspectives cavalière, deux droites parallèles sont représentées parallèles.

3. Voici représenté le point d'intersection des droites (AA') et (BB') :



Correction 11

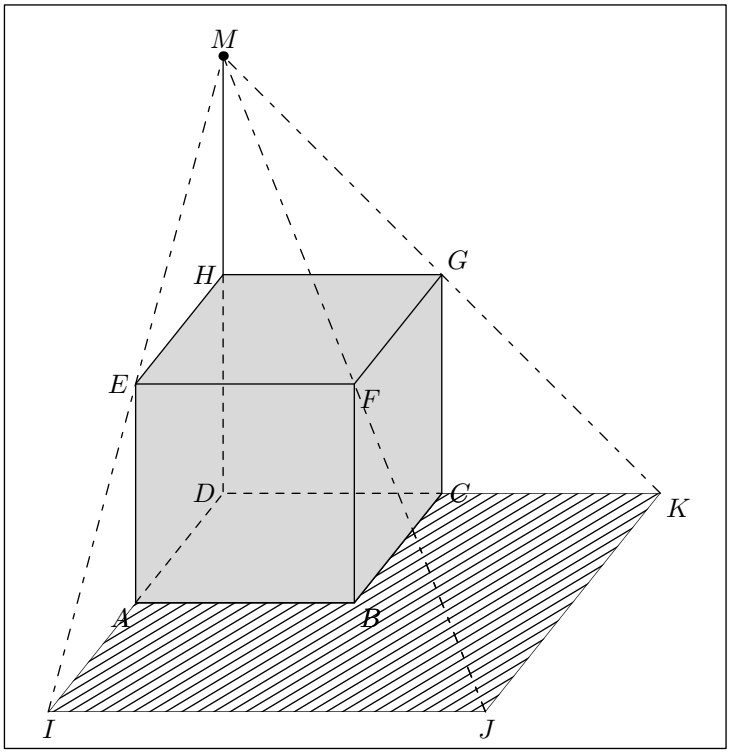
Les points A, B et C n'étant pas alignés, ces trois points forment un unique plan. Notons $(\mathcal{P}')$ ce plan.

Les points B et C, on en déduit que la droite (BC) est incluse dans le plan $(\mathcal{P})$: le point A' est donc un point du plan $(\mathcal{P}')$ mais aussi du plan $(\mathcal{P})$.

De la même manière, on montre que les points B' et C' appartiennent aux plans $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{P}')$.

Or, l'intersection de deux plans sécants est une droite : on en déduit que les points A', B' et C' sont alignés.

Correction 12



Le plan (ADC) représente le sol.

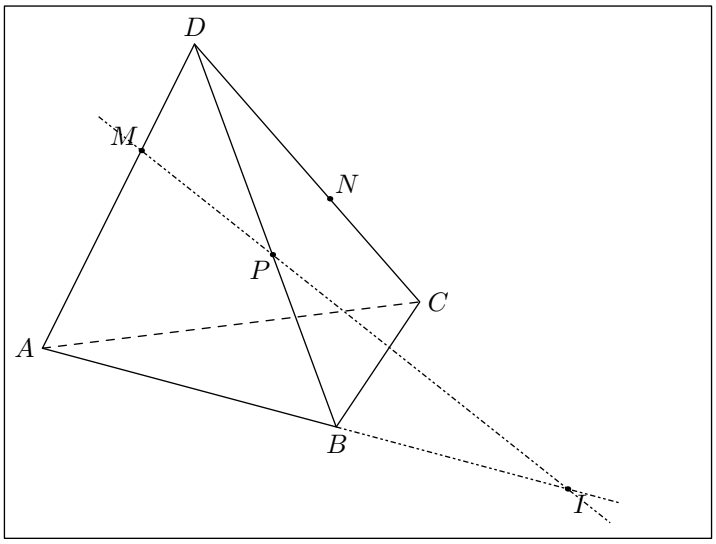
Le rayon limineux $[ME)$ appartient au plan (EHD).
Les plans (ADC) et (EHD) ont pour intersection la droite (AD) : le point d'intersection de la droite (ME) et du plan (ADC) appartient à la droite (AD).
Ainsi, le rayon limineux $[ME)$ vient intercepter le plan (EHD) en I.

De même, on détermine le point d'impact au sol des rayons lumineux $[MF)$ et $[MG)$.

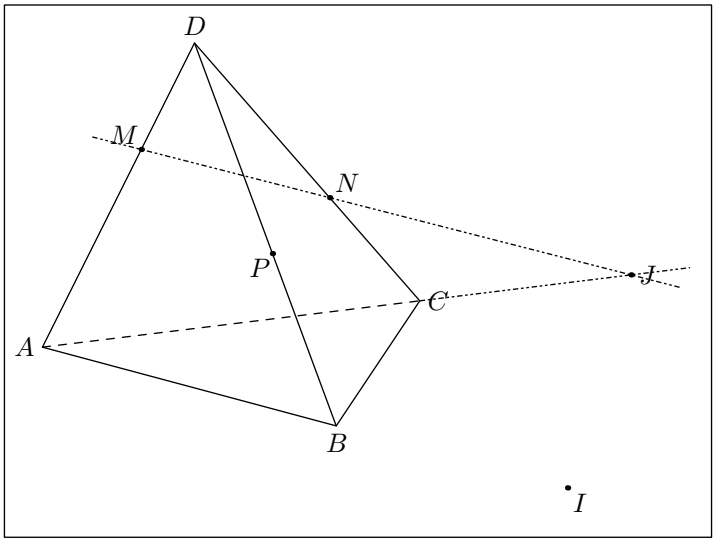
Correction 13

On note (Δ) la droite d'intersection des plans du plan (ABC) avec le plan (MNP).
Il fallait pour cette exercice déterminer deux points de la droite (Δ) afin de pouvoir la tracer.

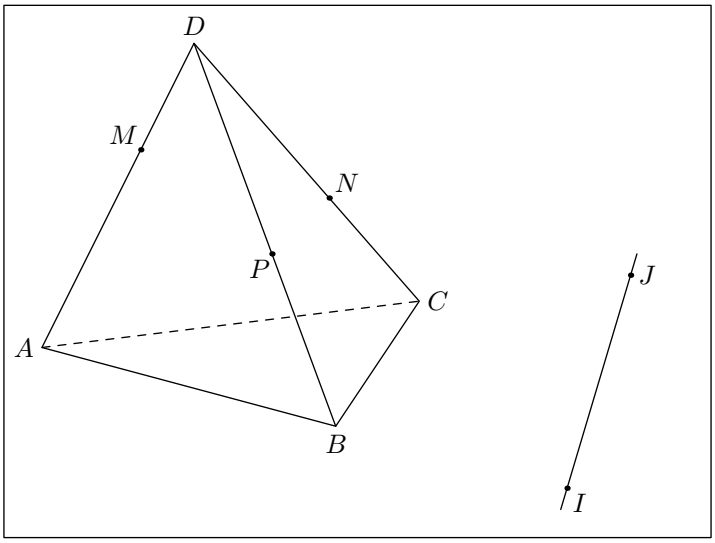
La droite (MP) et (AB) appartienne au plan (DAB) : on trace leur point d'intersection I.
Or, la droite (MP) appartient aussi au plan (MNP) et la droite (AB) appartient au plan (ABC) : le point I appartient à la droite (Δ).



La droite (MN) et (AC) appartiennent au plan (ACD) : on trace leur point d'intersection J.
Or, la droite (MN) appartient au plan (MNP) et la droite (AC) appartient au plan (ABC) : le point J appartient à la droite (Δ).



Ainsi, on obtient la droite d'intersection des plans (ABC) et (MNP) :



Correction 14

1. Voici les couples de droites coplanaires :

   a. (EA) et (FB) b. (HE) et (CB)

   d. (GA) et (CA)

2. Voici les couples d'objets parallèles :

   a. (GD) et (AB) b. (EB) et (HGC)

   c. (EF) et (DC)

3. Voici les couples d'objets orthogonaux :

   a. (EF) et (HE) c. (HD) et (ABC)

   e. (AC) et (HDF)