Tableau des primitives

I) Primitives des fonctions usuelles :

Soit C un réel quelconque.

Fonction f	Sur l'intervalle :	Primitives F
k	$\mathbb{R}$	$kx + C$
x	$\mathbb{R}$	$\frac{1}{2}x^2 + C$
x^n $(n \geq 1)$	$\mathbb{R}$	$\frac{1}{n+1}x^{n+1} + C$
$\frac{1}{x^2}$	] - ∞ ; 0 [ou] 0 ; +∞[	$-\frac{1}{x} + C$
$\frac{1}{x^n}$ $(n \geq 2)$	] - ∞ ;0 [ou] 0 ; +∞[	$-\frac{1}{(n-1)x^{n-1}} + C$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	] 0 ; +∞[	$2\sqrt{x} + C$
$\frac{1}{x}$	] 0 ; +∞[	$ln\,(x) + C$
$sin\,(x)$	$\mathbb{R}$	$-\,cos\,(x) + C$
$cos\,(x)$	$\mathbb{R}$	$sin\,(x) + C$
e^x	$\mathbb{R}$	$e^x + C$

II) Primitives et composées de fonctions

Soit u et v des fonctions définies et dérivables respectivement sur les intervalles I et J.
Notons U et V leurs primitives respectives.

Fonction f	Condition sur u	Primitives de f sur I
$u+v$	$I \cap J$	U+V
ku	I	kU
$u'u^n$ ($n \in \mathbb{N}^*$)	I	$\frac{1}{n+1}u^{n+1}+C$
$\frac{u'}{u^2}$	$u(x) \neq 0$	$-\frac{1}{u}+C$
$\frac{u'}{u^n}$ ($n \in \mathbb{N}^*$ et $n \neq 1$)	$u(x) \neq 0$	$-\frac{1}{(n-1)u^{n-1}}+C$
$\frac{u'}{\sqrt{u}}$	$u(x) > 0$	$2\sqrt{u}+C$
$\frac{u'}{u}$	$u(x) > 0$	$\ln(u)+C$
$u'e^u$	I	e^u+C

Exemple 1 :

• Les primitives de $f(x) = 3x^2$ sont $F(x) = 3\,\dfrac{x^3}{3} + k = x^3 + \quad , \ k \in \mathbb{R}$

• Les primitives de $f(x) = -\frac{3}{x^2} + \frac{5}{x} - 2x$ sont sur $]\,0\,;+\infty[$:

$$F(x) = \frac{3}{x} + 5\ln(x) - x^2 + k\,,\quad k \in \mathbb{R}$$

Exemple 2 :

Pour chaque fonction f, déterminer ses primitives et en déduire une primitive sur l'intervalle I.

a) $f(x) = x^2(x^3 - 1)^5$; $\quad I = \mathbb{R}$;

b) $f(x) = \dfrac{3x}{\sqrt{x^2-1}}$; $\quad I =]1\,;+\infty[$.

c) $f(x) = \dfrac{x}{x^2-4}$; $\quad \mathrm{I} =]2\,;+\infty[$;

d) $f(x) = \dfrac{-1}{x^2}\,e^{\frac{1}{x}}$; $\quad \mathrm{I} =]0\,;+\infty[$.

Réponses :

a) $f(x) = x^2(x^3 - 1)^5$ en utilisant la formule $u'u^n$ avec $u(x) = x^3 - 1$ on obtient :

$F(x) = \frac{1}{18}(x^3 - 1)^6 + C$

b) $f(x) = \dfrac{3x}{\sqrt{x^2-1}}$ en utilisant la formule $\dfrac{u'}{\sqrt{u}}$ avec $u(x) = x^2 - 1$ on obtient :

$F(x) = 3\sqrt{x^2 - 1} + C$

c) $f(x) = \dfrac{x}{x^2-4}$ en utilisant la formule $\dfrac{u'}{u}$ avec $u(x) = x^2 - 4$ on obtient :

$F(x) = \frac{1}{2}\ln(x^2 - 4) + C$

d) $f(x) = \dfrac{-1}{x^2}\,e^{\frac{1}{x}}$ en utilisant la formule $u'e^u$ avec $u(x) = \frac{1}{x}$ on obtient :

$F(x) = e^{\frac{1}{x}} + C$