

Loi uniforme

Loi uniforme de probabilité sur [a ; b]

La loi de probabilité qui admet pour densité la fonction f constante égale à $\frac{1}{b-a}$ sur $[a ; b]$, est appelée **loi uniforme sur [a ; b]**.

Soit $[c ; d]$ un intervalle inclus dans $[a ; b]$ et X une variable aléatoire suivant la loi uniforme sur $[a ; b]$, alors

$$P(c \leq X \leq d) = \int_c^d \frac{1}{b-a} dx = \frac{d-c}{b-a}$$

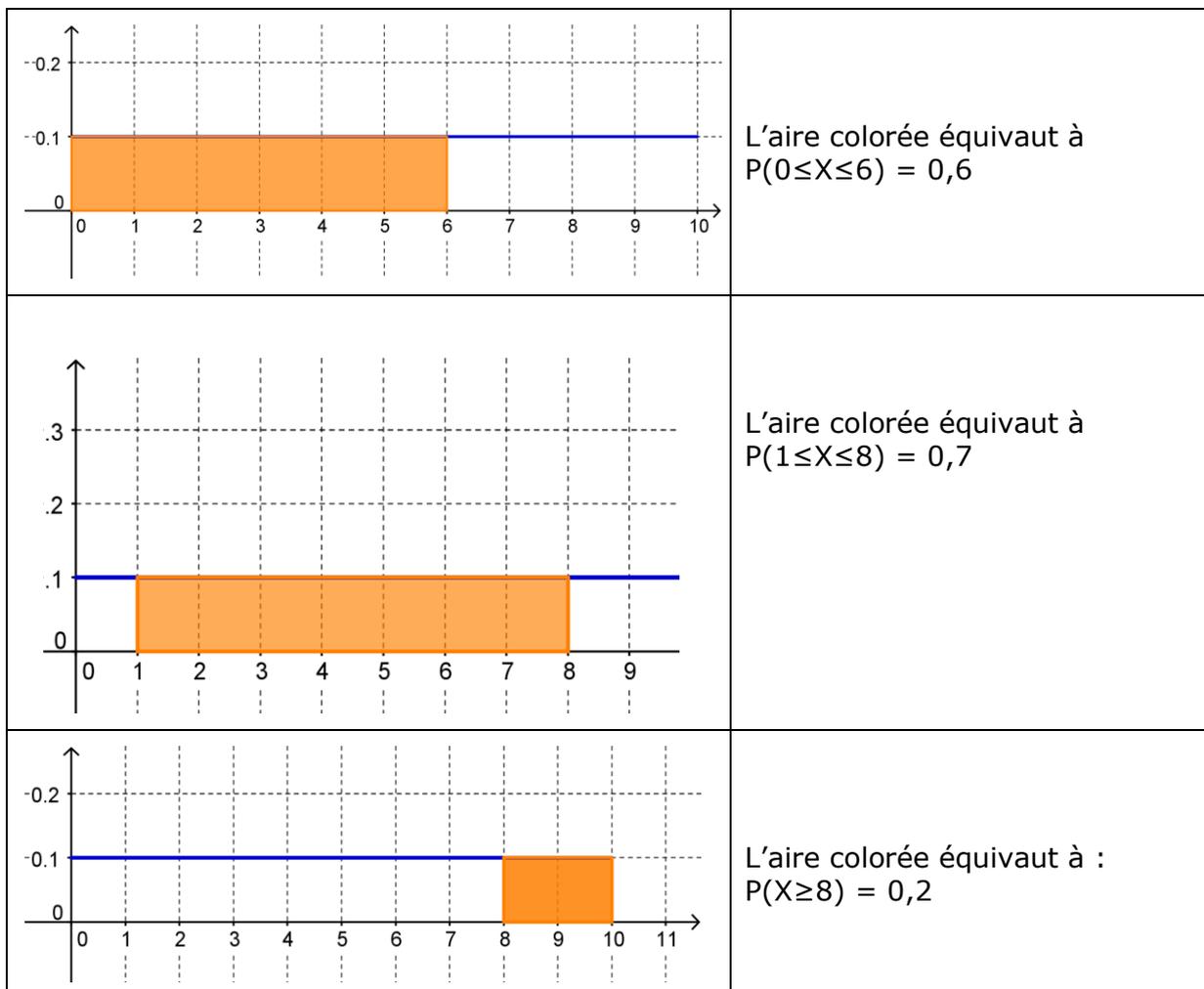
Propriétés :

Si X est une loi de probabilité suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[a ; b]$ alors cela signifie que X est une loi continue dont la densité est la fonction constante f définie sur $[a ; b]$ par $f(x) = \frac{1}{b-a}$

L'espérance mathématique d'une variable aléatoire X qui suit une loi uniforme sur $[a ; b]$ est $E(X) = \frac{a+b}{2}$

Illustration :

X étant une loi de probabilité suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[0 ; 10]$ On a :



Exemples :

- 1) Dans une ville (idéale) les autobus passent à chaque arrêt exactement toutes les 20 minutes. On appelle X le temps d'attente en minutes d'un autobus à un arrêt. X est une variable aléatoire suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[0 ; 20]$, on a donc :

$P(5 \leq X \leq 18) = \frac{13}{20}$ et $P(X \geq 12) = P(12 \leq X \leq 20) = \frac{8}{20}$ enfin le temps d'attente moyen qui est égal à $E(X)$ vaut 10 minutes.

- 2) La fonction « alea » d'une calculatrice affiche au hasard un nombre réel appartenant à $]0 ; 1[$. Soit X le nombre affiché, X est une variable aléatoire qui suit une loi uniforme sur $]0 ; 1[$. On a donc :

$P(0,15 \leq X \leq 0,40) = 0,40 - 0,15 = 0,25$ et $P(X \geq 0,8) = 0,2$