Corrigé du baccalauréat STMG Métropole – La Réunion
16 juin 2017

EXERCICE 1 **4 points**

Selon l'INSEE (Institut national de la statistique et des études économiques), en 2015 :

— 82,4 % des logements en France sont des résidences principales ;

— 9,4 % des logements en France sont des résidences secondaires ou occasionnelles ;

— 8,2 % des logements en France sont vacants.

Chaque logement peut être une maison individuelle ou un logement dans un immeuble collectif.

— Parmi les résidences principales, 56,9 % sont des maisons individuelles.

— Parmi les résidences secondaires ou occasionnelles, 57,9 % sont des maisons individuelles.

— Parmi les logements vacants, 48,3 % sont des maisons individuelles.

On choisit un logement au hasard et on note :

R l'évènement « le logement est une résidence principale » ;

S l'évènement « le logement est une résidence secondaire ou occasionnelle » ;

V l'évènement « le logement est vacant » ;

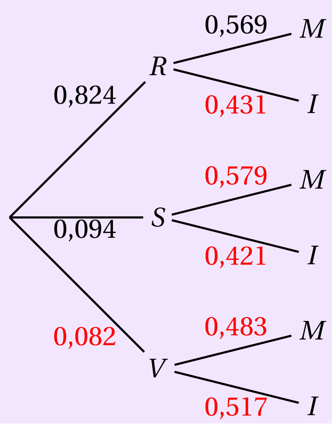
M l'évènement « le logement est une maison individuelle » ;

I l'évènement « le logement est dans un immeuble collectif ».

Dans la suite de l'exercice, tous les résultats seront arrondis au millième.

1. En utilisant les données de l'énoncé, compléter l'arbre pondéré donné en **annexe 1**.

Solution :



2. Quelle est la probabilité de l'évènement « le logement est une maison individuelle et une résidence principale » ?

Solution : On cherche $P(R \cap M)$
$P(R \cap M) = P_R(M) \times P(R) = 0{,}569 \times 0{,}824 \approx 0{,}469$

3. Montrer que la probabilité, arrondie au millième, pour que le logement soit une maison individuelle est égale à 0,563.

Solution : On cherche $P(M)$
R, S et V forment une partition de l'univers donc d'après les probabilités totales on a $P(M) = P(R \cap M) + P(S \cap M) + P(V \cap M)$

$$= P_R(M) \times P(R) + P_S(M) \times P(S) + P_V(M) \times P(V)$$
$$\approx 0{,}469 + 0{,}054 + 0{,}040$$
$$\approx 0{,}563$$

4. Calculer la probabilité que le logement soit une résidence principale sachant qu'il s'agit d'une maison individuelle.

Solution : On cherche $P_M(R)$
$$P_M(R) = \frac{P(R \cap M)}{P(M)} \approx \frac{0{,}469}{0{,}563} \approx 0{,}833$$

EXERCICE 2 — 5 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).
Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est correcte.
Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Chaque réponse correcte rapporte 1 point, une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire aucun point.

Les deux parties A et B sont indépendantes.

Partie A

Le tableau ci-dessous, extrait d'une feuille de calcul, traduit l'évolution du SMIC (Salaire minimal interprofessionnel de croissance) horaire brut en euro entre 2011 et 2015.
Il indique également les taux d'évolution annuels arrondis à 0,1 %.

	A	B	C	D	E	F
1	Année	2011	2012	2013	2014	2015
2	SMIC horaire brut en euro	9	9,31	9,43	9,53	9,61
3	Taux d'évolution en pourcentage					

1. Le taux d'évolution global du SMIC horaire brut entre 2011 et 2015, arrondi à 0,1 %, est de :

a. 6,0 % **b.** 6,8 % **c.** 7,0 % **d.** −6,3 %

Solution : **Réponse b**
$$\frac{9{,}61 - 9}{9} \times 100 \approx 6{,}78 \approx 6{,}8$$

2. Le taux d'évolution moyen annuel du SMIC horaire brut entre 2011 et 2015, arrondi à 0,1 %, est de :

a. 1,1 % **b.** 1,7 % **c.** 0,7 % **d.** −1,6 %

Solution : Réponse b

Le coefficient multiplicateur global sur ces 4 évolutions est $C = 1{,}068$. Soit c le coeeficient multiplicateur annuel moyen alors $c^4 = C$

soit $c = 1{,}068^{\frac{1}{4}} \approx 1{,}017$ ce qui correspond à une hausse de 1,7%

3. Quelle formule peut-on saisir dans la cellule C 3 pour obtenir, par recopie vers la droite, les taux d'évolution d'une année à l'autre ? La plage de cellules C 3 : F 3 est au format pourcentage arrondi à 0,1 %.

a. = (C2 − B2)/C2 **b.** = (C2 − B\$2)/C2

c. = (C2 − B2)/B2 **d.** = (C2 − \$B\$2)/B2

Solution : Réponse c

« = (C2 − B2)/B2 »

Partie B

On considère X une variable aléatoire qui suit la loi normale de moyenne 60 et d'écart type 5.

1. La probabilité $p(50 \leqslant X \leqslant 70)$ arrondie à 0,01 est égale à :

a. 0,60 **b.** 0,68 **c.** 0,95 **d.** 0,99

Solution : Réponse c

méthode 1 : $p(50 \leqslant X \leqslant 70) = p(\mu - 2\sigma \leqslant X \leqslant \mu + 2\sigma) \approx 0{,}95$ d'après le cours

méthode 2 : $p(50 \leqslant X \leqslant 70) \approx 0{,}95$ avec la calculatrice

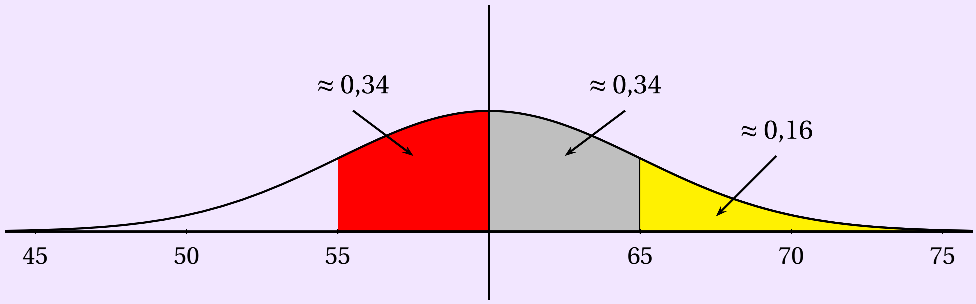
2. La probabilité $p(X \geqslant 65)$ arrondie à 0,01 est égale à :

a. 0,05 **b.** 0,16 **c.** 0,50 **d.** 0,80

Solution : Réponse b

méthode 1 : $p(X \geqslant 65) = p(X \geqslant \mu + \sigma)$

Or $p(\mu-\sigma \leqslant X \leqslant \mu+\sigma) \approx 0{,}68$ et donc d'après la symétrie de la courbe par rapport à l'axe d'équation $x = \mu$ on a $p(\mu \leqslant X \leqslant \mu + \sigma) \approx 0{,}34$ et enfin $p(X \geqslant \mu + \sigma) = 0{,}5 - p(X \leqslant \mu + \sigma) \approx 0{,}16$ d'après le cours



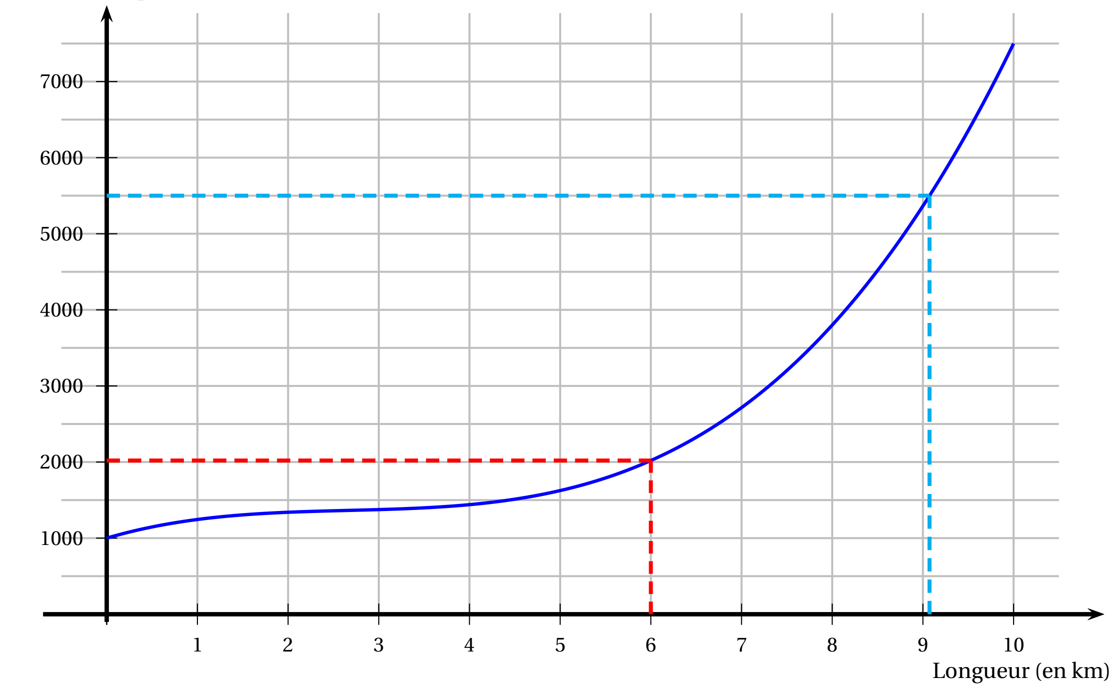
méthode 2 : $p(X \geqslant 65) = 0,5 - p(60 \leqslant X \leqslant 65) \approx 0,16$ avec la calculatrice

Exercice 3 **5 points**

Une entreprise produit et vend un tissu en coton de forme rectangulaire de 1 mètre de large ; on note x sa longueur exprimée en kilomètre, x étant un nombre compris entre 0 et 10.
Le coût total de production en euro de ce tissu est donné, en fonction de x, par :

$$C(x) = 15x^3 - 120x^2 + 350x + 1\,000.$$

La courbe de la fonction C est représentée sur le graphique ci-dessous.



Partie A : Étude du coût total

1. Déterminer le montant des coûts fixes.

Solution : Les coûts fixes sont payés pour une production nulle donc leur montant est $C(0) = 1\,000$ €.

2. **a.** Déterminer, par lecture graphique, le montant du coût total lorsque l'entreprise produit 6 km de tissu.

Solution : Le coût total pour une production de 6 km de tissu est très légèrement supérieur à 2 000 €
car sur la courbe, le point d'abscisse 6 a une ordonnée légèrement supérieure à 2 000.

b. Déterminer par un calcul sa valeur exacte.

Solution : $C(6) = 15 \times 6^3 - 120 \times 6^2 + 350 \times 6 + 1\,000 = 2020$.

3. Déterminer graphiquement la longueur, arrondie au kilomètre, de tissu produit lorsque le coût total s'élève à 5 500 €.

Solution : Sur la courbe, le point d'ordonnée 5 500 a une abscisse très légèrement supérieure à 9
Donc il faut produire environ 9 km de tissu pour une coût de 5 500 €.

Partie B : Étude du bénéfice

Le cours du marché offre un prix de 530 € le kilomètre de tissu fabriqué par l'entreprise. Pour tout $x \in [0 ; 10]$, on note $R(x)$ la recette et $B(x)$ le bénéfice générés par la production et la vente de x kilomètres de tissu par l'entreprise.

1. Exprimer $R(x)$ en fonction de x.

Solution : $R(x) = 530x$ car un kilomètre de tissu est vendu 530 €.

2. Montrer que pour tout $x \in [0 ; 10]$, $B(x) = -15x^3 + 120x^2 + 180x - 1\,000$.

Solution : $B(x) = R(x) - C(x) = 530x - \left(15x^3 - 120x^2 + 350x + 1\,000\right) = -15x^3 + 120x^2 + 180x - 1\,000$.

3. Déterminer $B'(x)$ pour $x \in [0 ; 10]$ où B' désigne la fonction dérivée de B.

Solution : $B(x) = -15x^3 + 120x^2 + 180x - 1\,000$ donc $B'(x) = -45x^2 + 240x + 180$

4. Étudier le signe de $B'(x)$ et en déduire les variations de la fonction B sur $[0 ; 10]$.

Solution : $\Delta = b^2 - 4ac = 90\,000 = 300^2 > 0$ donc l'équation $B'(x) = 0$ admet deux solutions distinctes

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = 6 \\ x_2 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = -\dfrac{2}{3} \notin [0 ; 10] \end{cases}$$

On en déduit le signe de $B'(x)$ ainsi que les variations de $B(x)$:

x	0		6		10
$B'(x)$		+	0	-	
$B(x)$	$-1\,000$	$\nearrow$	$1\,160$	$\searrow$	$-2\,200$

5. **a.** Pour quelle longueur de tissu produit et vendu l'entreprise réalise-t-elle un bénéfice maximal ?

Solution : Le bénéfice est maximal pour une production de 6 km de tissu.

b. Donner alors la valeur de ce bénéfice maximal.

Solution : Le bénéfice maximal est de 1 160 €.

EXERCICE 4 **6 points**

Le tableau suivant donne le prix moyen en dollar US de la tonne du cacao en provenance de la Côte d'Ivoire au 1er janvier des années 2011 à 2015.

Année	2011	2012	2013	2014	2015
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5
Prix (en dollar) d'une tonne de cacao : y_i	2 589,70	2 324,85	2 507,55	2 847,85	3 081,45

Source : INSEE

Partie A

Le nuage de points de coordonnées $(x_i\ ;\ y_i)$, pour i variant de 1 à 5, est représenté en **annexe 2**.

1. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement affine de y en fonction de x obtenue par la méthode des moindres carrés. On arrondira les coefficients au centième.

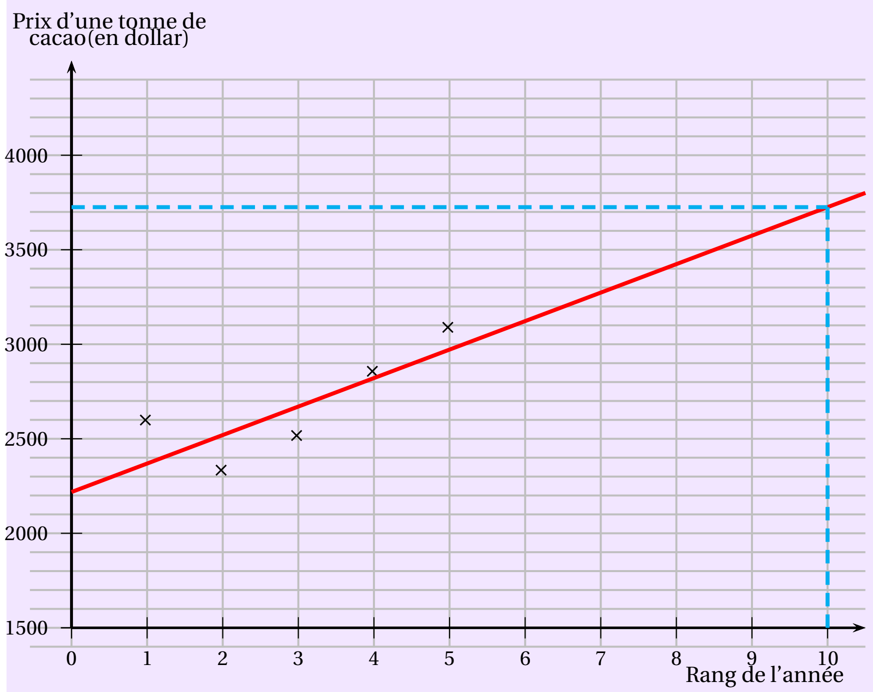
Solution : La calculatrice donne $y = 150{,}65x + 2218{,}33$

2. On décide d'ajuster ce nuage de points par la droite D d'équation :

$$y = 150{,}7x + 2218{,}3.$$

a. Tracer la droite D sur le graphique de l'**annexe 2**.

Solution :



b. À l'aide de ce modèle d'ajustement, donner une estimation du prix moyen d'une tonne de cacao en provenance de la Côte d'Ivoire au 1er janvier 2020.

Solution : janvier 2020 correspond au rang $x = 10$; or le point d'abscisse 10 a pour ordonnée $150{,}7 \times 10 + 2218{,}3 = 3725{,}3$.
On peut donc prévoir le prix d'une tonne de cacao à environ 3 725,30 € en janvier 2020.
On peut accepter la réponse 3 700 avec une référence au graphique

Partie B

On suppose que le prix moyen d'une tonne de cacao en provenance de la Côte d'Ivoire augmente de 4 % par an à partir du 1er janvier 2015. On note u_n le prix moyen d'une tonne de cacao, exprimé en dollar, au 1er janvier de l'année $2015 + n$.

1. En utilisant le tableau précédent, donner u_0 puis calculer u_1 arrondi au centième.

Solution : u_0 correspond au prix en 2015 donc $u_0 = 3\,081{,}45$
le coefficient multiplicateur associé à une hausse de 4 % est 1,04; donc
$u_1 = u_0 \times 1{,}04 \approx 3\,204{,}71$

2. Justifier que la suite (u_n) est géométrique et donner sa raison.

Solution : Pour passer d'une année à la suivante le prix augmente de 4 %, il est donc multiplié par 1,04
on a alors $u_{n+1} = 1{,}04u_n$ donc
(u_n) est géométrique de raison $q = 1{,}04$ et de 1er terme $u_0 = 3\,081{,}45$

3. Exprimer le terme général u_n en fonction de n.

Solution : pour tout entier naturel n, $u_n = u_0 \times q^n = 3\,081{,}45 \times 1{,}04^n$

4. En déduire une estimation, arrondie au centième, du prix moyen d'une tonne de cacao en provenance de la Côte d'Ivoire au 1er janvier 2020.

Solution : 2020 correspond au rang $n = 5$ et $u_5 = 3\,081{,}45 \times 1{,}04^5 \approx 3\,749{,}06$
Donc en 2020, on peut prévoir un prix de 3 749,06 €la tonne de cacao

5. On considère l'algorithme suivant :

```
VARIABLES
n est un nombre entier
u et k sont des nombres réels
TRAITEMENT
Saisir k
n prend la valeur 0
u prend la valeur 3 081,45
Tant que u < k
Faire
    u prend la valeur 1,04 × u
    n prend la valeur n + 1
Fin Tant que
Afficher n
```

Si l'on choisit $k = 4\,000$, quelle valeur affichera cet algorithme ? Interpréter ce résultat dans le contexte étudié.

.

Solution : L'algorithme affiche la plus petite valeur de n telle que $u_n > 4\,000$
$u_6 \approx 3\,899$ et $u_7 \approx 4\,055$ donc l'agorithme va afficher 7

Il s'agit du rang de l'année 2022 à partir de laquelle le prix de la tonne dépassera 4 000 €

Si vous photocopiez ce corrigé pensez à en créditer l'**A. P. M. E. P.**, merci.