Exercice 1 : [5 pts] - Antilles Guyane - juin 2019

1) le maximum de f sur l'intervalle $[1;4]$ est égal à 5 (il est atteint en $x=4$)
→ réponse **c)**
2) On a $f'(x) \leqslant 0$ pour tout réel x appartenant à $[2;3]$
→ réponse **b)**
3) On admet que, pour tout réel x de l'intervalle $[1;4]$, $f(x)=2x^3-15x^2+36x-27$
alors la dérivée est $f'(x)=6x^2-30x+36$
→ réponse **b)**
4) la fonction f est positive sur l'intervalle $[2;4]$
→ réponse **b)**
5) l'équation $f(x)=0{,}5$ admet trois solutions
→ réponse **a)**

Exercice 2 : [8 pts] - Polynésie – juin 2019

Une entreprise fabrique chaque jour des rouleaux de tissu en coton. La production quotidienne varie entre 1 et 10 kilomètres de tissu. On note x la production de tissu en kilomètres. Le coût total de production, exprimé en euros, de x kilomètres de tissu est donné par la fonction C définie pour x appartenant à $[1;10]$ par : $C(x)=15x^3-120x^2+500x+750$

Partie A : lectures graphiques

1) On lit graphiquement $C_m(7)=500$; ainsi le le coût moyen de 7 km de rouleaux de tissus est de **500 €**
2) Graphiquement, on obtient le **tableau de variations** de C_m sur l'intervalle $[1;10]$.

x	1		5		10
signe de C_m'		$-$	0	$+$	
C_m	1145	$\searrow$	425	$\nearrow$	875

3) le coût moyen de production soit minimal lorsque $x=5$; ainsi le coût moyen est minimal pour une production de **5 km** de rouleaux de tissus
Ce coût moyen minimal est alors de **425 €**

Partie B : étude du bénéfice

On suppose que l'entreprise vend chaque jour sa production journalière. Le prix de vente d'un kilomètre de tissu est de 680 €.
On rappelle que le nombre de kilomètres de tissu x fabriqués varie chaque jour entre 1 et 10.
On note $R(x)$ la recette, exprimée en euros, correspondant à la vente de x kilomètres de tissu.
On note $B(x)$ le bénéfice, exprimé en euros, réalisé par l'entreprise pour la vente de x kilomètres de tissu.

1) Le prix de vente d'un kilomètre de tissu est de 680 € donc $R(x)=\mathbf{680\,x}$

2) l'expression du bénéfice $B(x)$ en fonction de x est : $B(x)=R(x)-C(x)$.

donc $B(x)=(680x)-(15x^3-120x^2+500x+750)$
donc $B(x)=680x-15x^3+120x^2-500x-750$
soit $B(x)=\mathbf{-15x^3+120x^2+180x-750}$

3) la dérivée de B est $B'(x)=-15\times 3x^2+120\times 2x+180\times 1-0=\mathbf{-45x^2+240x+180}$

4) a) Étude du signe du trinôme $-45x^2+240x+180$

le discriminant de ce trinôme est $\Delta=240^2-4\times(-45)\times 180=90000$
ce discriminant est positif donc le trinôme admet 2 racines

$x_1=\dfrac{-240-\sqrt{90000}}{-90}=6$ et $x_2=\dfrac{-240+\sqrt{90000}}{-90}=\dfrac{-2}{3}$

on déduit le tableau de signes de ce **trinôme** :

x	$-\infty$		-2/3		6		$+\infty$
$-45x^2+240x+180$		$-$	0	$+$	0	$-$	

b) On déduit le **signe de la fonction** B' sur l'intervalle $[1;10]$.

x	1		6		10
$B'(x)$		$+$	0	$-$	

5) En utilisant la question précédente, donner le **tableau de variations** complet de la fonction B sur l'intervalle $[1;10]$.

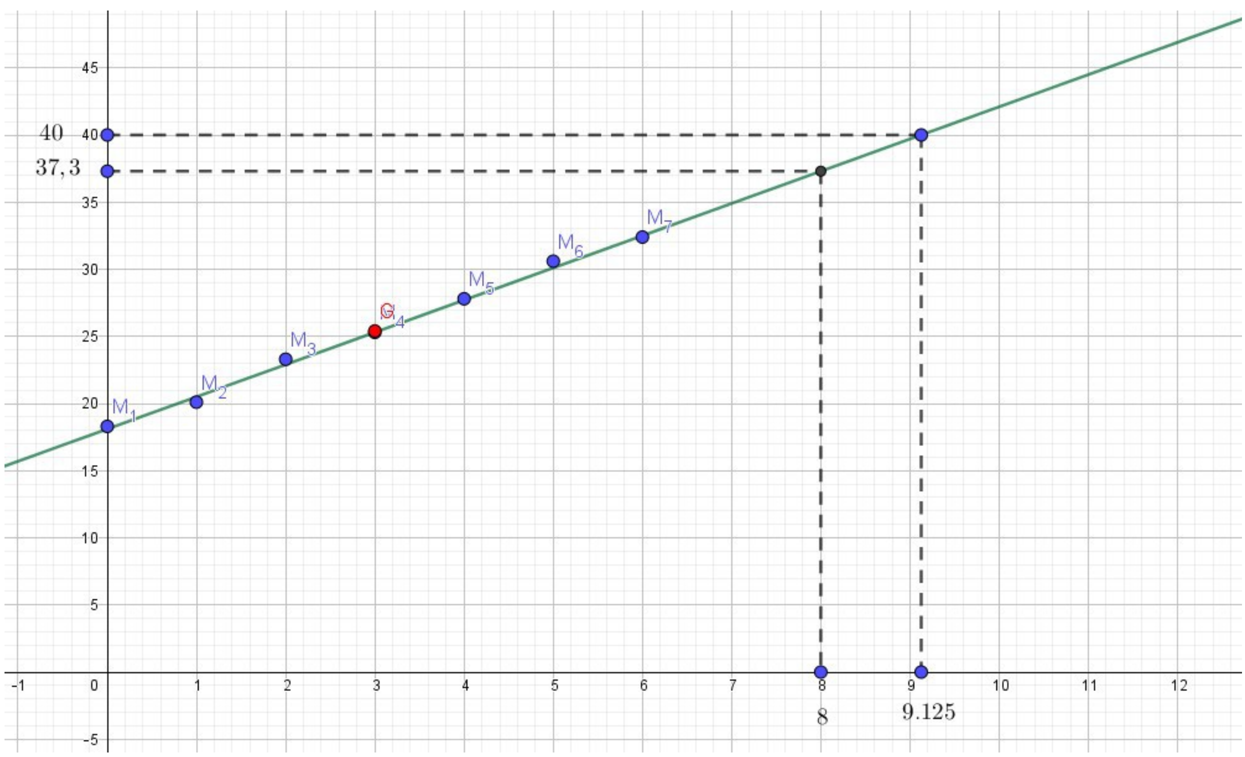
x	1		6		10
signe de B'		$+$	0	$-$	
B	-465	↗	1410	↘	-1950

6) Ainsi il faut produire **6 km** de tissus pour que le bénéfice réalisé soit maximal.
Ce bénéfice maximal est de **1410 €**

Exercice 3 : **[7 pts] - Polynésie – juin 2019**

Partie A : étude d'un premier modèle

1) a) Nuage de points de coordonnées $(x_i;y_i)$ pour i variant de 0 à 6



b) Calculer les coordonnées du point moyen de cette série, noté G

$\overline{x}=\frac{0+1+2+3+4+5+6}{7}=3$ et $\overline{y}=\frac{18{,}3+20{,}1+23{,}3+25{,}3+27{,}8+30{,}6+32{,}4}{7}=25{,}4$

donc le point moyen de la série est $\boldsymbol{G(3\,;25{,}4)}$

2) a) À l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement affine de y en x obtenue par la *méthode des moindres carrés est :* $\boldsymbol{y=2{,}42\,x+18{,}14}$

b) graphique ***ci-dessus***

c) $2{,}4\times 3+18{,}1=25{,}3$ or $G(3\,;25{,}4)$
donc ce point G **n'appartient pas** à la droite d'ajustement (d)
mais il en est <u>très proche !</u>

3) a) Chiffre d'affaires de cette entreprise en 2018.
pour $x=8$ on lit $y=37{,}3$ ainsi on peut estimer un chiffre d'affaires de **37 millions d'euros** pour l'année 2018

b) Cette entreprise espère obtenir un chiffre d'affaires de 40 millions d'euros.
Donc $y=40$ ainsi $2{,}4\,x+18{,}1=40$
donc $2{,}4\,x=21{,}9$ donc $x=\frac{21{,}9}{2{,}4}=9{,}125$
Ainsi, cette entreprise pourra espérer un chiffre d'affaires de 40 millions d'euros à partir de l'année **2020** (en effet en 2019 ce CA n'est encore que de 39,7 millions d'euros)

Partie B : étude d'un second modèle

1) a) Taux d'évolution global du chiffre d'affaires de l'entreprise entre 2010 et 2016.
$t=\frac{32{,}4-18{,}3}{18{,}3}\simeq \mathbf{77\,\%}$

2) b) En déduire l'indice de l'année 2016 en choisissant comme indice 100 pour l'année 2010
$I_{2010}=100\times(1+\frac{77}{100})=\mathbf{177}$

3) Tableau le tableau des **indices** de cette entreprise pour les années 2011 à 2016

Année	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6
Chiffre d'affaires y_i en millions d'euros	18,3	20,1	23,3	25,3	27,8	30,6	32,4
Indice	100	**109**	**127**	**138**	**151**	**167**	**177**

4) On suppose que le taux d'évolution annuel sera de 10% entre 2016 et 2020.
$V_{2020}=32{,}4\times(1+\frac{10}{100})^4\simeq 47{,}4$
donc on peut estimer le chiffre d'affaires de l'entreprise en 2020 à **47 millions d'euros**