

Ex 29 :

- 1) a) inéquation $\cos(x) \geq 0$ donc $S = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$
- b) inéquation $\cos(x) < 0,5$ donc $S =]-\pi; -\frac{\pi}{3}[\cup]\frac{\pi}{3}; \pi]$
- c) inéquation $\cos \leq 1$ donc $S =]-\pi; \pi]$
- 2) on retrouve bien les mêmes résultats avec un cercle trigonométrique

Ex 30 :

Equation $\cos(x) = \frac{-\sqrt{2}}{2}$

- a) sur $[0; \pi]$ on obtient $S = \left\{\frac{3\pi}{4}\right\}$
- b) sur $] -\pi; \pi]$ on obtient $S = \left\{\frac{-3\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right\}$

Ex 31 :

Résolution dans l'intervalle $] -\pi; \pi]$

- a) inéquation $\cos(x) \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$: $S = \left[-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6}\right]$
- b) inéquation $\sin(x) < \frac{-1}{2}$: $S = \left]-\frac{5\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right[$
- c) inéquation $2 \cos(x) - \sqrt{2} \leq 0$ donc $\cos(x) \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$:
 $S = \left]-\pi; -\frac{\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{\pi}{4}; \pi\right]$

Ex 51 :

- 1) $\cos(x) = -0,8$ donc $\sin^2(x) = 1 - \cos^2(x) = 1 - (-0,8)^2 = 0,36$
 or $\sin(x) > 0$ donc $\sin(x) = 0,6$
- 2) $\sin(x) = \frac{2}{3}$ donc $\cos^2(x) = 1 - \sin^2(x) = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{5}{9}$
 or $\cos(x) > 0$ donc $\cos(x) = \frac{\sqrt{5}}{3}$
- 3) $\cos(x) = 0,6$ donc $\sin^2(x) = 1 - \cos^2(x) = 1 - (0,6)^2 = 0,64$
 or $\sin(x) < 0$ donc $\sin(x) = -0,8$

Ex 32 :

- a) f est paire sur \mathbb{R} et f est π -périodique
- b) f est paire sur \mathbb{R} et f est 2π -périodique
- c) f n'est ni paire ni impaire et f est 2π -périodique
- d) f est impaire sur \mathbb{R} et f est π -périodique

Ex 33 :

$f(x) = \frac{2}{2 + \cos(x)}$ avec $x \in \mathbb{R}$

- 1) $\forall x \in \mathbb{R}$, $-1 \leq \cos(x) \leq 1$ donc $2 \leq 2 + \cos(x) \leq 3$
 donc $2 + \cos(x) \neq 0$ donc $D_f = \mathbb{R}$
- 2) $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(-x) = \frac{2}{2 + \cos(-x)} = \frac{2}{2 + \cos(x)} = f(x)$
 donc f est paire sur \mathbb{R}
- 3) $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(x + 2\pi) = \frac{2}{2 + \cos(x + 2\pi)} = \frac{2}{2 + \cos(x)} = f(x)$
 donc f est 2π -périodique

Ex 34 :

$f(x) = \sin(2x) + \cos(x) \sin(x)$ avec $x \in \mathbb{R}$

- 1) $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(x + \pi) = \sin(2(x + \pi)) + \cos(x + \pi) \sin(x + \pi)$
 $f(x + \pi) = \sin(2x + 2\pi) + (-\cos(x))(-\sin(x))$
 $f(x + \pi) = \sin(2x) + \cos(x) \sin(x) = f(x)$
 donc f est π -périodique
- 2) $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(-x) = \sin(2(-x)) + \cos(-x) \sin(-x)$
 donc $f(-x) = -\sin(2x) - \cos(x) \sin(x) = -f(x)$
 donc f est impaire sur \mathbb{R}

Ex 35 :

$f(x) = \cos(2x) - \cos(x)$ avec $x \in \mathbb{R}$

- 1) on conjecture que f est 2π -périodique
- 2) $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(x + 2\pi) = \cos(2(x + 2\pi)) - \cos(x + 2\pi)$
 donc $f(x + 2\pi) = \cos(2x + 4\pi) - \cos(x) = \cos(2x) - \cos(x) = f(x)$
 donc f est 2π -périodique
- 3) $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(-x) = \cos(-2x) - \cos(-x) = \cos(2x) - \cos(x) = f(x)$
 donc f est paire sur \mathbb{R}

Ex 52 :

- 1) $\sin(-x) + \cos(-x) = -\sin(x) + \cos(x)$
- 2) $\sin(-x) - \sin(\pi+x) = -\sin(x) + \sin(x) = 0$
- 3) $\cos(\pi-x) + \cos(3\pi+x) = -\cos(x) - \cos(x) = -2\cos(x)$
- 4)
$$\begin{aligned} \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 3\cos\left(\frac{-\pi}{2} - x\right) - 4\sin(\pi-x) &= \cos(x) - 3\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 4\sin(x) \\ &= \cos(x) + 3\sin(x) - 4\sin(x) = \cos(x) - \sin(x) \end{aligned}$$

Ex 56 :

équation $\sin(3x) = \frac{1}{2}$ avec $x \in]-\pi; \pi]$

donc $\sin(3x) = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$ donc $\begin{cases} 3x = \frac{\pi}{6} \\ \text{ou } 3x = \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases}$ donc $\begin{cases} x = \frac{\pi}{18} \\ \text{ou } x = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{18} \end{cases}$

donc $\begin{cases} x = \frac{\pi}{18} \\ \text{ou } x = \frac{5\pi}{18} \end{cases}$ donc $S = \left\{ \frac{\pi}{18}; \frac{5\pi}{18} \right\}$

Ex 57 :

1) $2 \times 1^3 - 17 \times 1^2 + 7 \times 1 + 8 = 2 - 17 + 7 + 8 = 0$ donc 1 est racine du polynôme $P(X) = 2X^3 - 17X^2 + 7X + 8$

2) $(X-1)(2X^2 - 15X - 8) = 2X^3 - 15X^2 - 8X - 2X^2 + 15X + 8$
 $= 2X^3 - 17X^2 + 7X + 8 = P(X)$

de plus $2X^2 - 15X - 8 = (2X+1)(X-8)$

donc $P(X) = (X-1)(2X+1)(X-8)$

3) équation $2\sin^3(x) - 17\sin^2(x) + 7\sin(x) + 8 = 0$

donc $P(\sin(x)) = 0$

donc $(\sin(x)-1)(2\sin(x)+1)(\sin(x)-8) = 0$

donc $\sin(x)-1=0$ ou $2\sin(x)+1=0$ ou $\sin(x)-8=0$

donc $\sin(x)=1$ ou $\sin(x)=-0,5$ avec $\sin(x) \neq 8$

donc $x = \frac{\pi}{2}$ ou $x = \frac{-5\pi}{6}$ ou $x = \frac{-\pi}{6}$

donc $S = \left\{ \frac{\pi}{2}; \frac{-5\pi}{6}; -\frac{\pi}{6} \right\}$