2nde **Fonctions "carré & "cube" – Niveau 3 – Correction** **2020**

Ex 62 :

$(10n+3)^2=100n^2+60n+9=10(10n^2+6n)+9=10k+9$ avec $k\in\mathbb{N}$

donc le chiffre des unités du carré d'un nombre dont l'unité est 3 est $N=9$

Ex 63 :

Soit x la longueur du côté du carré donc son aire vaut x^2

D'après l'énoncé on obtient l'équation : $(x+5)^2=x^2+0{,}21x^2$

donc $x^2+10x+25=1{,}21x^2$ donc $-0{,}21x^2+10x+25=0$

donc $-21x^2+1000x+2500=0$ donc $-21(x-50)(x+2{,}38)=0$

or $-21\neq 0$ et $x+2{,}38\neq 0$ donc $x-50=0$ donc $x=50$

Ainsi le côté du carré initial est de 50 cm

Vérification : $55^2=3025$ et $1{,}21\times 50^2=3025$

Ex 64 :

1) On pose $AR=x$ d'après l'énoncé on obtient l'inéquation : $x^2\leqslant\frac{1}{4}\times 4\times 5$

donc $x^2\leqslant 5$ donc $0\leqslant x\leqslant\sqrt{5}$ on doit placer R au maximum à $\sqrt{5}\,cm$ de A

2) On obtient l'inéquation : $x^2\geqslant 0{,}20\times 4\times 5$ donc $x^2\geqslant 4$ donc $2\leqslant x\leqslant 4$

on doit placer R au minimum à $2\,cm$ de A

Ex 69 :

On pose $AF=x$; On obtient l'équation : $0{,}5x^2=0{,}25\times\frac{7+4}{2}\times 4$

donc $0{,}5x^2=5{,}5$ donc $x^2=11$ donc $x=\sqrt{11}$ (car $x>0$)

Ex 72 :

On pose $AE=x$; l'aire de la pelouse représente 75 % de l'aire du jardin

On obtient l'équation : $0{,}5\times 20^2+0{,}5\times(20-x)^2=0{,}75\times 20^2$

donc $200+0{,}5(400-40x+x^2)=300$ donc $0{,}5x^2-20x+100=0$

donc $x^2-40x+200=0$ donc $x=20-10\sqrt{2}\simeq 5{,}86$

Ex 70 :

Soit l'équation $x^2=-2x+1$; on lit graphiquement 2 solutions $x\simeq -2{,}41$ ou $x\simeq 0{,}41$; en effet $x^2=-2x+1$ donc $x^2+2x-1=0$

donc $x^2+2x+1-2=0$ donc $(x+1)^2-2=0$ donc $(x+1)^2=2$

donc $x+1=-\sqrt{2}$ ou $x+1=\sqrt{2}$ donc $x=-1-\sqrt{2}$ ou $x=-1+\sqrt{2}$

Ex 74 :

$(n^2+n+1)(n^2-n+1)=n^4-n^3+n^2+n^3-n^2+n+n^2-n+1=n^4+n^2+1$

ainsi le nombre $N=n^4+n^2+1$ est premier uniquement si $n^2-n+1=1$ ou $n^2+n+1=1$ donc $n^2-n=0$ ou $n^2+n=0$ avec $n\in\mathbb{N}$

donc si $n=1$ alors $N=3$ est premier (si $n=0$ alors $N=1$ non premier !)

Ex 75 :

on a $g(x)=2x$ et $f(x)=0{,}5(5-x)^2$ avec $x\in[0\,;5]$

$f(x)=g(x)\iff 2x=0{,}5(5-x)^2\iff 4x=25-10x+x^2$

$\iff x^2-14x+25=0\iff x^2-14x+49-49+25=0$

$\iff (x-7)^2-24=0\iff (x-7)^2=24$

$\iff x-7=-\sqrt{24}$ ou $x-7=\sqrt{24}\iff x=7-2\sqrt{6}$ ou $x=7+2\sqrt{6}$

Ex 76 :

$f(x)=x^3-1{,}4x^2-2x+2{,}8$ avec $x\in\mathbb{R}$

or $(x-1{,}4)(x^2-2)=x^3-2x-1{,}4x^2+2{,}8=f(x)$

donc $f(x)=(x-1{,}4)(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$

ainsi $f(x)=0$ donne $x-1{,}4=0$ ou $x^2=2$

donc $x=1{,}4$ ou $x=-\sqrt{2}$ ou $x=\sqrt{2}$

Ex 79 :

On pose $DH=x$; on obtient l'équation $0{,}5(1-x)^2+0{,}5(1-x)^2=0{,}5$

donc $2(1-x)^2=1$ donc $(1-x)^2=0{,}5$ donc $1-x=-\sqrt{0{,}5}$ ou

$1-x=\sqrt{0{,}5}$ donc $x=1+\sqrt{0{,}5}$ ou $x=1-\sqrt{5}$ donc $x=1-\sqrt{0{,}5}=\frac{2-\sqrt{2}}{2}$

Ex 82 :

$f(x)=x^3-x^2$; $f(x)=0$ donne $x^2(x-1)=0$ donc $x^2=0$ ou $x-1=0$

donc $x=0$ ou $x=1$

$f(x)=1$ donne $x^3-x^2=1$ donc $x^3-x^2-1=0$ donc $x\simeq 1{,}465571\ldots$

à l'aide du solveur de la calculatrice

on vérifie avec le tableau de variations de f :

x	$-\infty$		0		$0{,}67$		$+\infty$
signe de f'		$+$		$-$		$+$	
f	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-0,15	$\nearrow$	$+\infty$