Ex 43 :

a) $\dfrac{x-1}{2x}=0$ donc $x-1=0$ donc $x=1$ donc $S=\{1\}$

b) $\dfrac{x+2}{x-4}=0$ donc $x+2=0$ donc $x=-2$ donc $S=\{-2\}$

c) $\dfrac{5x+3}{3x-4}=0$ donc $5x+3=0$ donc $x=-0{,}6$ donc $S=\{-0{,}6\}$

d) $\dfrac{x+7}{x-3}=\dfrac{3x+1}{x-3}$ donc $x+7=3x+1$ donc $-2x=-6$ donc $x=3$
or 3 est une "*valeur interdite*" donc $S=\emptyset$

Ex 45 :

1) Si $x>0$ alors $S=]0;+\infty[$

2) Si $x<0$ alors $S=]-\infty;0[$

Ex 46 :

1) $0{,}1<x<1$ donc $\dfrac{1}{1}<\dfrac{1}{x}<\dfrac{1}{0{,}1}$ donc $\dfrac{1}{x}<10$ donc FAUX

2) $0{,}1<x<1$ donc $\dfrac{1}{1}<\dfrac{1}{x}<\dfrac{1}{0{,}1}$ donc $1<\dfrac{1}{x}<10$ donc FAUX

3) $0{,}1<x<1$ donc $\dfrac{1}{1}<\dfrac{1}{x}<\dfrac{1}{0{,}1}$ donc $1<\dfrac{1}{x}<10$

donc $0<1<\dfrac{1}{x}<10<100$ donc VRAI

Ex 48 :

1) $\dfrac{1}{x}\leqslant 4$ donc $x\geqslant 0{,}25$ donc $S=[0{,}25;+\infty[$

2) $\dfrac{1}{x}\geqslant 2$ donc $x\leqslant 0{,}5$ donc $S=]-\infty;0{,}5]$

3) $\dfrac{1}{x}<-2$ donc $x>-0{,}5$ donc $S=]-0{,}5;0[\cup]0;+\infty[$

4) $\dfrac{1}{x}>-0{,}5$ donc $x<-2$ donc $S=]-\infty;-2[$

Ex 49 :

$\dfrac{4x-8}{x+3}\geqslant 0$; on obtient $S=]-\infty;-3[\cup[2;+\infty[$

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
$4x-8$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+3$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$\dfrac{4x-8}{x+3}$		$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

Ex 50 :

$f(x)=\dfrac{3}{x}$ et $g(x)=x-2$ avec $x\neq 0$

$f(-1)=-3$ dans $A(-1;-3)\in C_f$ et $g(3)=1$ donc $B(3;1)\in C_g$

$f(x)\leqslant g(x)$ donne graphiquement $S=]-\infty;-1]\cup]0;3]$

Ex 51 :

Soit $f(x)=\dfrac{x}{x+1}$ les valeurs critiques sont 0 et -1

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
x		$-$		$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(x)$		$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

Soit $f(x)=\dfrac{1-x}{5x}$ les valeurs critiques sont 0 et 1

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$1-x$		$+$		$+$	0	$-$	
$5x$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(x)$		$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	

Soit $f(x)=\dfrac{x+1}{4-x}$ les valeurs critiques sont 4 et -1

x	$-\infty$		-1		4		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$4-x$		$+$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	

Soit $f(x)=\dfrac{2x-3}{x+4}$ les valeurs critiques sont 1,5 et -4

x	$-\infty$		-4		1,5		$+\infty$
$2x-3$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+4$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(x)$		$+$	$\|$	$-$	0	$+$	

Soit $f(x)=\dfrac{-x}{x+7}$ les valeurs critiques sont 0 et -7

x	$-\infty$		-7		0		$+\infty$
$-x$		$+$		$+$	0	$-$	
$x+7$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(x)$		$-$	$\|$	$+$	0	$-$	

Soit $f(x)=\dfrac{-3(x+2)}{2x+6}$ les valeurs critiques sont -2 et -3

x	$-\infty$		-3		-2		$+\infty$
-3		$-$		$-$		$-$	
$x+2$		$-$		$-$	0	$+$	
$2x+6$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(x)$		$-$	$\|$	$+$	0	$-$	

Ex 53 :

Equation $(3\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)(4\sqrt{x}-5)=0$
donc $3\sqrt{x}-1=0$ ou $\sqrt{x}+2=0$ ou $4\sqrt{x}-5=0$
donc $\sqrt{x}=\dfrac{1}{3}$ ou $\sqrt{x}=1{,}25$
donc $x=\dfrac{1}{9}$ ou $x=1{,}5625$
donc $S=\{1{,}5625;9\}$

Equation $(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}+5)=0$
donc $\sqrt{x}+2=0$ ou $\sqrt{x}+5=0$
donc $\sqrt{x}=-2$ ou $\sqrt{x}=-5$
c'est impossible !
donc $S=\emptyset$

Equation $(7x)(-2\sqrt{x}-1)(0{,}5\sqrt{x}-2)=0$
donc $(7x)(2\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-4)=0$
donc $7x=0$ ou $2\sqrt{x}+1=0$ ou $\sqrt{x}-4=0$
donc $x=0$ ou $\sqrt{x}=-0{,}5$ ou $\sqrt{x}=4$
donc $S=\{0;16\}$

Ex 54 :

Equation $(2\sqrt{x}-4)(3\sqrt{x}-2)=0$
donc $2\sqrt{x}-4=0$ ou $3\sqrt{x}-2=0$
donc $\sqrt{x}=2$ ou $\sqrt{x}=\dfrac{2}{3}$
donc $x=4$ ou $x=\dfrac{4}{9}$
donc $S=\{\dfrac{4}{9};4\}$

Equation $(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)=0$
donc $(\sqrt{x})^2-5^2=0$
donc $x-25=0$
donc $x=25$
donc $S=\{25\}$

Equation $x(3\sqrt{x}-6)(\dfrac{\sqrt{x}}{3}-3)=0$
donc $x=0$ ou $3\sqrt{x}-6=0$ ou $\dfrac{\sqrt{x}}{3}-3=0$
donc $x=0$ ou $\sqrt{x}=2$ ou $\sqrt{x}=9$
donc $S=\{0;4;81\}$

Ex 57 :

Equation $(3\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)=(\sqrt{x}-2)^2$
donc $(3\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)-(\sqrt{x}-2)^2=0$
donc $(\sqrt{x}-2)(3\sqrt{x}-1-\sqrt{x}+2)=0$
donc $(\sqrt{x}-2)(2\sqrt{x}+1)=0$
donc $\sqrt{x}=2$ ou $\sqrt{x}=-0{,}5$
donc $S=\{4\}$

Equation $(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-4)=(\sqrt{x}-4)^2$
donc $(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-4)-(\sqrt{x}-4)^2=0$
donc $(\sqrt{x}-4)(\sqrt{x}-1-\sqrt{x}+4)=0$
donc $(\sqrt{x}-4)(3)=0$
donc $\sqrt{x}=4$
donc $S=\{16\}$

Ex 58 :
Equation $(\sqrt{x}-5)(2\sqrt{x}-1)=2\sqrt{x}-1$
donc $(\sqrt{x}-5)(2\sqrt{x}-1)-(2\sqrt{x}-1)=0$
donc $(2\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-5-1)=0$
donc $(2\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-6)=0$
donc $\sqrt{x}=0{,}5$ ou $\sqrt{x}=6$
donc $S\{0{,}25\,;36\}$

Equation $(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-4)=3(\sqrt{x}-1)$
donc $(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-4)-3(\sqrt{x}-1)=0$
donc $(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-4-3)=0$
donc $\sqrt{x}=1$ ou $\sqrt{x}=7$
donc $S=\{1\,;49\}$

Ex 59 :
Inéquation $2\sqrt{x}-7\leqslant 0$
donc $\sqrt{x}\leqslant 3{,}5$
donc $0\leqslant 12{,}25$
donc $S=[0\,;12{,}25]$

Inéquation $-3\sqrt{x}+9>0$
donc $\sqrt{x}<3$
donc $0\leqslant x<9$
donc $S=[0\,;9[$

Inéquation $4\sqrt{x}-1\leqslant -\sqrt{x}+3$
donc $5\sqrt{x}\leqslant 4$
donc $\sqrt{x}\leqslant 0{,}8$
donc $0\leqslant x\leqslant 0{,}64$
donc $S=[0\,;0{,}64]$

Inéquation $4\leqslant 2\sqrt{x}+1$ donc $\sqrt{x}\geqslant 1{,}5$ donc $0\leqslant x\leqslant 2{,}25$
donc $S=[0\,;2{,}25]$

Ex 65 :
$(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)=(\sqrt{2})^2-1^2=2-1=1$ donc $\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}=\sqrt{2}-1$

$(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)=(\sqrt{5})^2-1^2=5-1=4$ donc $\dfrac{1}{\sqrt{5}-1}=\dfrac{\sqrt{5}+1}{4}$

Ex 71 :
Equation $\dfrac{3}{2x}=-2$ donc $-4x=3$ donc $x=-0{,}75$ donc $S=\{-0{,}75\}$
Equation $\dfrac{3x+1}{x-3}=1$ donc $x-3=3x+1$ donc $2x=-4$ donc $S=\{-2\}$
Equation $\dfrac{-x+4}{2x+1}=-2$ donc $-4x-2=-x+4$ donc $-3x=6$
donc $x=-2$ donc $S=\{-2\}$

Ex 73 :
Inéquation $\dfrac{2}{x}\leqslant 3$ donc $\dfrac{2}{x}-3\leqslant 0$ donc $\dfrac{2-3x}{x}\leqslant 0$

x	$-\infty$		0		2/3		$+\infty$
$2-3x$		$+$		$+$	0	$-$	
x		$-$	0	$+$	0	$+$	
$\dfrac{2-3x}{x}$		$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	

Donc $S=]-\infty\,;0[\cup[\dfrac{2}{3}\,;+\infty[$

Inéquation $\dfrac{-3}{x}>6$ donc $6+\dfrac{3}{x}>0$ donc $\dfrac{6x+3}{x}>0$

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$6x+3$		$-$	0	$+$		$+$	
x		$-$		$-$	0	$+$	
$\dfrac{6x+3}{x}$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	

Donc $S=]-\infty\,;-2[\cup]0\,;+\infty[$

Inéquation $3-\frac{1}{x}\geqslant 0$ donc $\frac{3x-1}{x}\geqslant 0$

x	$-\infty$		0		1/3		$+\infty$
$3x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
x		$-$	0	$+$		$+$	
$\frac{3x-1}{x}$		$+$	$\|$	$-$	0	$+$	

Donc $S=]-\infty;0[\cup[\frac{1}{3};+\infty[$

Inéquation $\frac{3}{x}+1\leqslant\frac{4}{x}$ donc $\frac{1}{x}-1\geqslant 0$ donc $\frac{1-x}{x}\geqslant 0$

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$1-x$		$+$		$+$	0	$-$	
x		$-$	0	$+$		$+$	
$\frac{1-x}{x}$		$-$	$\|$	$+$	0	$-$	

Donc $S=]0;1]$

Ex 74 :

On sait que $2\leqslant x\leqslant 8$ donc $\frac{1}{8}\leqslant\frac{1}{x}\leqslant\frac{1}{2}$

On sait que $2\leqslant x\leqslant 8$ donc $\frac{1}{8}\leqslant\frac{1}{x}\leqslant\frac{1}{2}$ donc $\frac{-3}{2}\leqslant\frac{-3}{x}\leqslant\frac{-3}{8}$

On sait que $2\leqslant x\leqslant 8$ donc $\frac{1}{8}\leqslant\frac{1}{x}\leqslant\frac{1}{2}$ donc $\frac{-3}{4}\leqslant\frac{2}{x}-1\leqslant 0$

On sait que $2\leqslant x\leqslant 8$ donc $\frac{1}{8}\leqslant\frac{1}{x}\leqslant\frac{1}{2}$ donc $3{,}5\leqslant 4-\frac{1}{x}\leqslant 3{,}875$

On sait que $2\leqslant x\leqslant 8$ donc $\frac{1}{8}\leqslant\frac{1}{x}\leqslant\frac{1}{2}$ donc $\frac{3}{4}\leqslant\frac{2}{x}+\frac{1}{2}\leqslant\frac{3}{2}$

On sait que $2\leqslant x\leqslant 8$ donc $1\leqslant x-1\leqslant 7$ donc $\frac{1}{7}\leqslant\frac{1}{x-1}\leqslant 1$

Ex 75 :

Soit $f(x)=\frac{x-2}{x+3}$ les valeurs critiques sont 2 et -3

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
$x-2$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+3$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(x)$		$+$	$\|$	$-$	0	$+$	

Donc $f(x)\leqslant 0$ donne $S=]0;2]$

Soit $f(x)=\frac{2x+1}{x-4}$ les valeurs critiques sont $-0{,}5$ et 4

x	$-\infty$		-0,5		4		$+\infty$
$2x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-4$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	$\|$	$+$	

Donc $f(x)<0$ donne $S=]-0{,}5;4[$

Soit $f(x)=\frac{-x+1}{-3x+2}$ les valeurs critiques sont $\frac{2}{3}$ et 1

x	$-\infty$		2/3		1		$+\infty$
$-x+1$		$+$		$+$	0	$-$	
$-3x+2$		$+$	0	$-$		$-$	
$f(x)$		$+$	$\|$	$-$	0	$+$	

Donc $f(x)\geqslant 0$ donne $S=]-\infty;\frac{2}{3}[\cup[1;+\infty[$

Soit $f(x)=\frac{-2x-4}{2x+2}$ les valeurs critiques sont -2 et -1

x	$-\infty$		-2		-1		$+\infty$
$-2x-4$		$+$	0	$-$		$-$	
$2x+2$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	$\|$	$-$	

Donc $f(x)<0$ donne $S=]-\infty;-2[\cup]-1;+\infty[$

Ex 78 :

Soit $f(x)=\frac{2x+1}{x-3}$ les valeurs critiques sont $-0{,}5$ et 3

x	$-\infty$		-0,5		3		$+\infty$
$2x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-3$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	$\|$	$+$	

Donc $f(x)\leqslant 0$ donne $S=[-0{,}5\,;3[$

Soit $f(x)=\frac{-x+2}{-2x+1}$ les valeurs critiques sont 0,5 et 2

x	$-\infty$		0,5		2		$+\infty$
$-x+2$		$+$		$+$	0	$-$	
$-2x+1$		$+$	0	$-$		$-$	
$f(x)$		$+$	$\|$	$-$	0	$+$	

Donc $f(x)\geqslant 0$ donne $S=]-\infty\,;0{,}5[\cup[2\,;+\infty[$

Inéquation $\frac{3x}{x-2}<1$ donc $\frac{3x}{x-2}-1<0$ donc $\frac{3x-(x-2)}{x-2}<0$

donc on obtient $\frac{2x+2}{x-2}<0$

Soit $f(x)=\frac{2x+2}{x-2}$ les valeurs critiques sont -1 et 2

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$2x+2$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-2$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	$\|$	$+$	

Donc $f(x)<0$ donne $S=]-1\,;2[$