Ex 21 :

1) Si $P(A)=0{,}52$ alors $P(\overline{A})=1-P(A)=0{,}48$ donc **FAUX**

2) Si $P(A)=0{,}2$; $P(B)=0{,}5$ et $P(A\cap B)=0{,}1$ alors
$P(A\cup B)=0{,}2+0{,}5-0{,}1=0{,}6$ donc **FAUX**

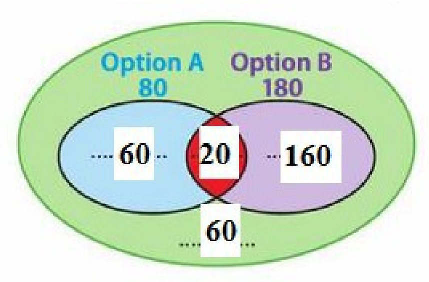
3) Si $P(A)=\frac{1}{3}$; $P(B)=\frac{1}{7}$ et $P(A\cup B)=\frac{13}{21}$ alors
$P(A\cap B)=\frac{1}{3}+\frac{1}{7}-\frac{13}{21}=\frac{-1}{7}$: impossible ! Donc **FAUX**

4) Si $P(\overline{A})=0{,}4$; $P(\overline{B})=0{,}2$ et $P(A\cup B)=0{,}8$ alors
$P(A\cap B)=0{,}6+0{,}8-0{,}8=0{,}6$ donc **FAUX**

Ex 23 :

On complète le diagramme de VENN comme suit :

$Card(A\cap\overline{B})=60$
$Card(A\cap B)=20$
$Card(B\cap\overline{A})=160$
$Card(\overline{A}\cap\overline{B})=60$



on déduit les probabilités suivantes :

$P(A)=\frac{80}{300}=\frac{4}{15}$; $P(B)=\frac{180}{300}=0{,}6$; $P(A\cap B)=\frac{20}{300}=\frac{1}{15}$;

$P(A\cup B)=\frac{60+20+160}{300}=0{,}8$ de plus $P(A)+P(B)=\frac{4}{15}+0{,}6=\frac{13}{15}$

donc $P(A)+P(B)\neq P(A\cup B)$ mais $P(A)+P(B)=P(A\cup B)+P(A\cap B)$

Ex 24 :

Soient les événements :

A : " le guichet A est ouvert" et
B : "le guichet B est ouvert"

on obtient le tableau croisé ci-contre

	A	$\overline{A}$	TOTAL
B	a	$54-a$	54
$\overline{B}$	$73-a$	$a-27$	46
TOTAL	73	27	100

ainsi $P(A\cup B)=\frac{a}{100}$

cette valeur dépend des données (manquantes) de l'énoncé !

Ex 25 :

On obtient le tableau ci-dessous :

	Acceptée	Refusée	TOTAL
Valable	93 100	1 900	95 000
Non valable	4 000	1 000	5 000
TOTAL	97 100	2 900	100 000

On considère les événements suivants :

- A : "la pièce est acceptée" ; R : "la pièce est refusée"
- V : "la pièce est valable" ; N : "la pièce est non valable"

on déduit : $P(A)=0{,}971$; $P(R)=0{,}029$; $P(V)=0{,}95$; $P(N)=0{,}05$

- le risque de l'acheteur est $P(A\cap N)=0{,}04=4\,\%$
- le risque du vendeur est $P(V\cap R)=0{,}019=1{,}9\,\%$

Ex 26 :

on donne le tableau ci-contre :

	S	$\overline{\text{S}}$	Total
T	30	45	75
$\overline{\text{T}}$	10	15	25
Total	40	60	100

$P(S)=\frac{40}{100}=0{,}4$ $P(\overline{T})=\frac{25}{100}=0{,}25$

$P(S\cap T)=\frac{30}{100}=0{,}3$

$P(S\cup T)=\frac{10+30+45}{100}=\frac{85}{100}=0{,}85$

Ex 27 :

on obtient le tableau ci-contre :

	G	D	TOTAL
F	3	17	20
H	2	28	30
TOTAL	5	45	50

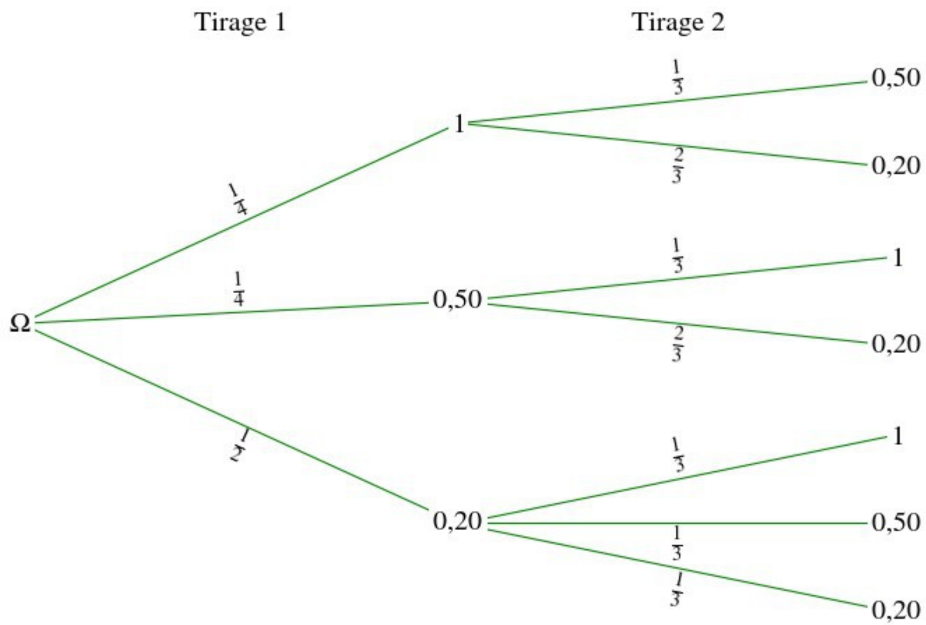
$P(D)=\frac{45}{50}=0{,}9$

$P(F)=\frac{20}{50}=0{,}4$

$P(F\cap D)=\frac{17}{50}=0{,}34$

Ex 29 :

On obtient l'arbre de probabilité ci-dessous :



On déduit les probabilités suivantes :

$$P(A)=P((0{,}20\,€)\cap(0{,}20\,€))=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$$

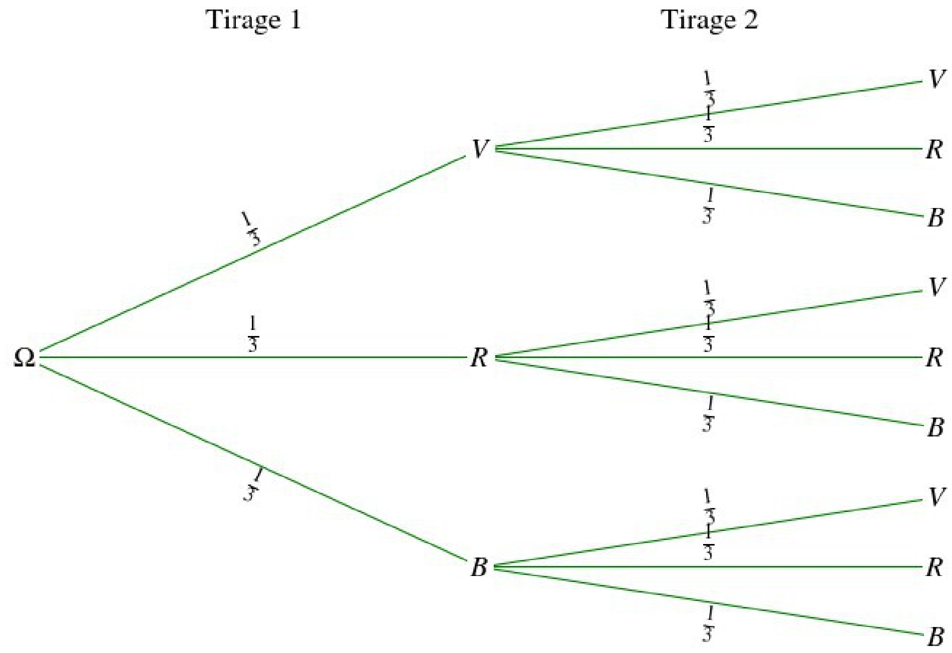
$$P(B)=P(\overline{A})=1-P(A)=\frac{5}{6}$$

$$P(C)=P((0{,}50\,€)\cap(0{,}20\,€))+P((0{,}20\,€)\cap(0{,}50\,€))=\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$$

$$\begin{aligned}P(D)=&P((1\,€)\cap(0{,}50\,€))+P((1\,€)\cap(0{,}20\,€))+\ldots\\&\ldots+P((0{,}50\,€)\cap(1\,€))+P((0{,}20\,€)\cap(1\,€))\\&=\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}+\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{2}\end{aligned}$$

Ex 31 :

On obtient l'arbre de probabilité ci-dessous :



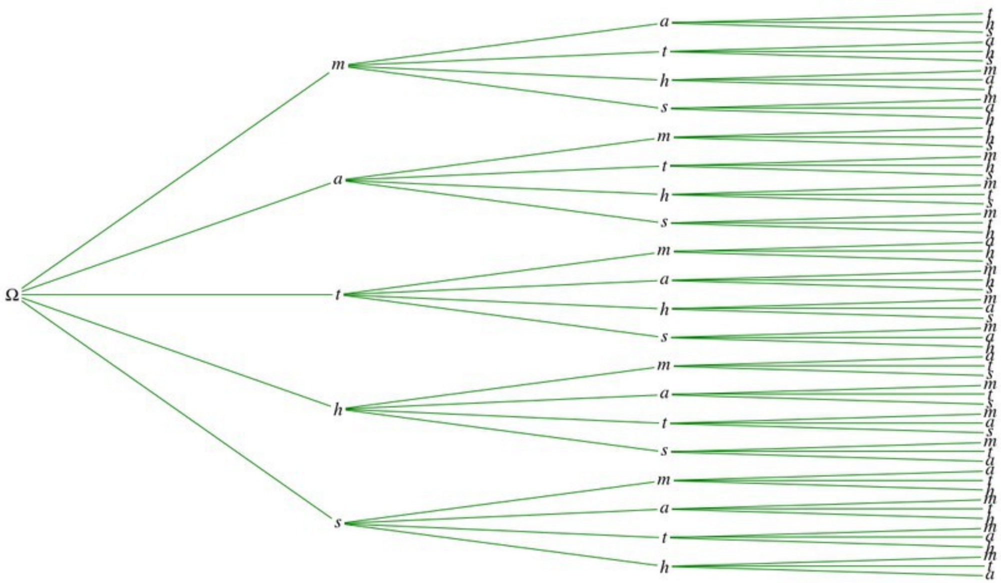
on déduit les probabilités suivantes :

$$\begin{aligned}P(E_1)&=P(V\cap R)+P(V\cap B)+P(R\cap V)+P(B\cap V)\\&=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{4}{9}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P(E_2)&=P(V\cap V)+P(V\cap R)+P(V\cap B)+P(R\cap V)+P(B\cap V)\\&=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{5}{9}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P(E_3)&=P(V\cap V)+P(V\cap B)+P(B\cap V)+P(B\cap B)\\&=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{4}{9}\end{aligned}$$

Ex 32 :
on obtient l'arbre pondéré ci-dessous :



La probabilité d'obtenir le mot "ATS" est : $p_1=\frac{1}{5}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{60}$

La probabilité d'obtenir le mot "MAT" est : $p_2=\frac{1}{5}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{60}$

La probabilité d'obtenir un anagramme du mot "SAM" est :
$p_3=3\times2\times1\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{6}{60}=\frac{1}{10}$

en effet il y a 6 anagrammes du mot "SAM" :
"SAM" ; "SMA" ; "ASM" ; "AMS" ; "MAS" ; "MSA"

Ex 35 :
On note les événements suivants :
A : "le client achète l'article A" et B : "le client achète l'article B"

d'après l'énoncé $P(A)=0{,}36$; $P(B)=0{,}23$; $P(A\cap B)=0{,}15$
donc $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=0{,}36+0{,}23-0{,}15=0{,}44$

ainsi $P(\overline{A}\cap\overline{B})=P(\overline{A\cup B})=1-P(A\cup B)=1-0{,}44=0{,}56$
donc la probabilité qu'un client n'achète aucun des 2 articles est de 56%

Ex 36 :
On obtient le tableau croisé traduisant l'expérience :

	2	*4*	*8*	*16*	*32*	*64*
2	4	6	10	18	34	66
4	6	8	12	24	36	68
8	10	12	16	24	40	72
16	18	20	24	**32**	**48**	**80**
32	34	36	40	**48**	**64**	**96**
64	66	68	72	**80**	**96**	**128**

La probabilité d'obtenir un "multiple de 16" est de $p=\frac{9}{36}=0{,}25$

Ex 37 :
On donne le programme PYTHON ci-contre
ainsi la probabilité d'obtenir une boule blanche est $P(B)=0{,}575$
et la probabilité d'obtenir une boule noire est $P(N)=0{,}425$

```
*ex37.py - f:\Users\Utilisateur\Desk...
File  Edit  Format  Run  Options  Windo
from random import randint

def boite():
    p=randint(1,1000)
    if p<=575:
        return("blanche")
    else:
        return("noire")
```

or il y a 17 boules noires le nombre b de boules blanches vérifie l'équation :
$\frac{b}{b+17}=0{,}575$ donc $0{,}575(b+17)=b$

donc $0{,}425b=0{,}575\times17$ donc $b=\frac{9{,}775}{0{,}425}=23$ et 40 boules au total

Ex 38 :
1) Il y a 2 times 2 times 2=2^3=8 issues possibles
2) $P(A)=P(fff)=\frac{1}{8}$; $P(B)=P(pff)+P(fpf)+P(ffp)=\frac{3}{8}$;
$P(C)=1-P(ppp)=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$
3) $\overline{A}$: "Léa obtient au moins un Pile"
$P(\overline{A})=1-P(A)=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$

Ex 40 :

1) $P(E)=0{,}15+0{,}2+0{,}4=0{,}75$ ---> réponse **b**
2) $P(E\cap F)=0{,}15+0{,}2=0{,}35$ ---> réponse **c**
3) $P(E\cup F)=0{,}15+0{,}1+0{,}2+0{,}4=0{,}85$ ---> réponse **a**
4) $P(F)=0{,}15+0{,}1+0{,}2=0{,}45$ ---> réponse **d**

Ex 41 :

On obtient le tableau croisé de la situation :

	Blanches	Rouges	Jaunes	TOTAL
Jacinthes	45	50	30	125
Tulipes	105	200	70	375
TOTAL	150	250	100	500

Calcul des probabilités simples : $P(J)=\frac{125}{500}=0{,}25$; $P(B)=\frac{150}{500}=0{,}3$;

$P(T)=\frac{375}{500}=0{,}75$; $P(R)=\frac{250}{500}=0{,}5$

$\overline{J\cup B}$: "Obtenir une Tulipe Rouge ou Jaune"
$\overline{J\cap B}$: "Obtenir une fleur une Tulipe ou une fleur Rouge ou Jaune"
$\overline{J}\cap\overline{B}$: "Obtenir une Tulipe Rouge ou Jaune"
$\overline{J}\cup\overline{B}$: "Obtenir une fleur une Tulipe ou une fleur Rouge ou Jaune"

on observe alors que : $\overline{J\cup B}=\overline{J}\cap\overline{B}$ et $\overline{J\cap B}=\overline{J}\cup\overline{B}$
(Ces relations sont connues sous le nom de "Lois de MORGAN")

Ex 42 :

On obtient le tableau croisé des données :

	Natation	Pas de Natation	TOTAl
Volley-Ball	4	3	7
Pas de Volley-Ball	8	13	21
TOTAL	12	16	28

d'après l'énoncé $Card(\Omega)=28$; $Card(N)=12$; $Card(V)=7$
et $Card(\overline{N}\cap\overline{V})=13$ donc $Card(\overline{N\cup V})=13$

donc $Card(N\cup V)=Card(\Omega)-13=28-13=15$

or $Card(N\cup V)=Card(N)+Card(V)-Card(N\cap V)$
donc $Card(N\cap V)=Card(N)+Card(V)-Card(N\cup V)=12+7-15=4$

ainsi la probabilité qu'il pratique "au moins un des deux sports" est :

$P(N\cup V)=\frac{15}{28}\simeq 0{,}535$

et la probabilité qu'il pratique "les deux sports" est :

$P(N\cap V)=\frac{4}{28}\simeq 0{,}142$