Ex 9 :

1) $det(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC})=\begin{vmatrix}2 & 1\\ -4 & 4\end{vmatrix}=2\times4-(-4)\times(-1)=12$

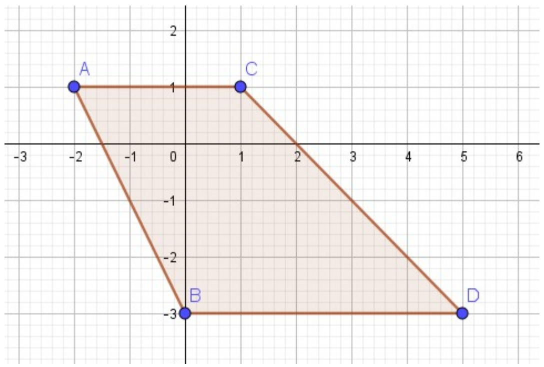
donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ ne sont pas colinéaires

donc A, B, C ne sont pas alignés

2) $det(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{DB})=\begin{vmatrix}3 & -5\\ 0 & 0\end{vmatrix}=3\times0-(-5)\times(0)=0$

donc $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{DB}$ sont colinéaires

donc $(AC)//(DB)$

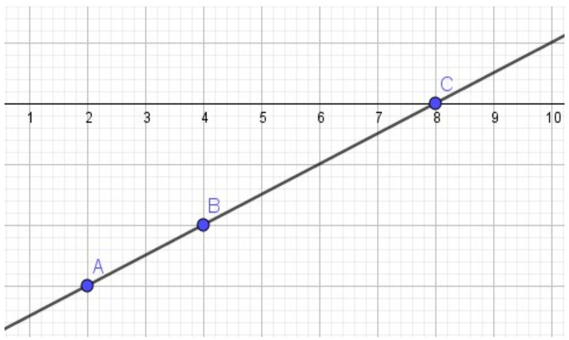


Ex 10 :

1) $det(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})=\begin{vmatrix}2 & 6\\ 1 & 3\end{vmatrix}=2\times3-6\times1=0$

donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires donc A, B, C sont alignés

2) $\overrightarrow{AC}=3.\overrightarrow{AB}$



Ex 12 :

1) $s_A(B)=C$ donc A est le milieu de $[BC]$ donc $\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{AC}$; on pose $C(x;y)$ donc $\begin{cases}3-1=-(x-1)\\ 1-(-2)=-(y-(-2))\end{cases}$

donc $\begin{cases}-x+1=2\\ -y-2=3\end{cases}$ donc $\begin{cases}x=-1\\ y=-5\end{cases}$

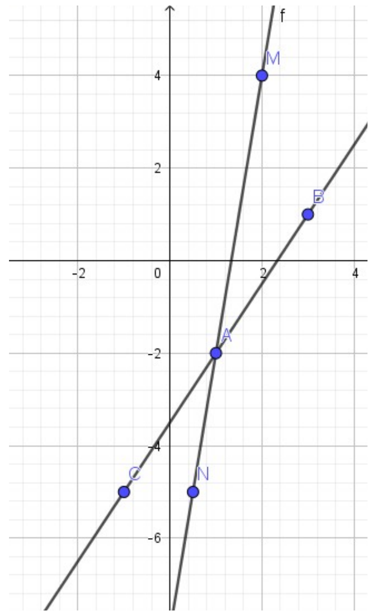
donc $C(-1;-5)$

2) soit $N(x;y)$ tel que $\overrightarrow{AM}=-2\overrightarrow{AN}$ (vecteurs colinéaires)

donc $\begin{cases}2-1=-2(x-1)\\ 4-(-2)=-2(y-(-2))\end{cases}$ donc $\begin{cases}-2x+2=1\\ -2y-4=6\end{cases}$

donc $\begin{cases}-2x=-1\\ -2y=10\end{cases}$ donc $\begin{cases}x=0,5\\ y=-5\end{cases}$

donc $N(0,5;-5)$



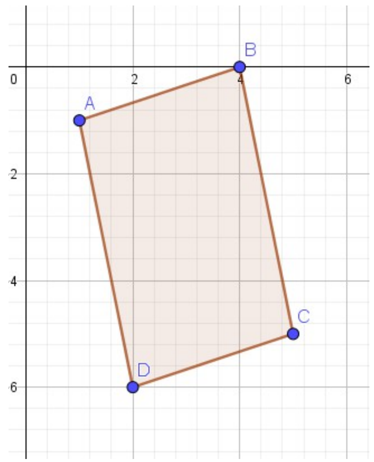
Ex 13 :

1) $det(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{DC})=\begin{vmatrix}3 & 3\\ 1 & 1\end{vmatrix}=3\times1-1\times3=0$

donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ sont colinéaires

avec $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

donc $ABCD$ est un parallélogramme



2)

$det(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})=\begin{vmatrix}3 & 1\\ 1 & -5\end{vmatrix}=3\times(-5)-1\times1=-16$

3) donc $A_{ABCD}=16$

Ex 14 :

1) Soit $D(x\,;y)$ tel que $ABCD$ est un parallélogramme

donc $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ donc $\begin{cases}5-2=-1-x\\2-(-3)=4-y\end{cases}$ donc $\begin{cases}3=-1-x\\5=4-y\end{cases}$

donc $\begin{cases}x=-4\\y=-1\end{cases}$ donc $D(-4\,;-1)$

2) $Aire_{ABCD}=|det(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})|=\begin{vmatrix}3 & -6\\5 & 2\end{vmatrix}=6-(-30)=36$

Ex 15 :

1) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}6\\-6\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AC}=3.\overrightarrow{AB}$

2) donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires donc $A\,,B\,,C$ alignés

Ex 16 :

1) $\overrightarrow{KN}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{ML}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{KN}=\overrightarrow{ML}$

2) donc $KNLM$ est un parallélogramme

Ex 17 :

1) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}4\\-2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}8\\-4\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{CD}=2.\overrightarrow{AB}$

2) donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires donc $(AB)//(CD)$

Ex 18 :

1) $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}20\\8\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{FG}\begin{pmatrix}10\\4\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{EF}=2.\overrightarrow{FG}$

2) donc $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{FG}$ sont colinéaires donc $E\,,F\,,G$ alignés

Ex 19 :

1) milieu de $[RC]$: $K(-0{,}5\,;1{,}5)$; milieu de $[ET]$: $L(-0{,}5\,;1{,}5)$
donc les diagonales de $RECT$ se coupent en leur milieu
donc $RECT$ est un parallélogramme

2) $\overrightarrow{RC}\begin{pmatrix}5\\5\end{pmatrix}$ donc $RC=\sqrt{5^2+5^2}=5\sqrt{2}$

$\overrightarrow{ET}\begin{pmatrix}7\\1\end{pmatrix}$ donc $ET=\sqrt{7^2+1^2}=5\sqrt{2}$

donc les diagonales de $RECT$ sont isométriques
donc $RECT$ est un rectangle

Ex 23 :

1) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}8\\-0{,}5\end{pmatrix}$

donc $det(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC})=\begin{vmatrix}5 & 8\\-1 & -0{,}5\end{vmatrix}=-2{,}5-(-8)=5{,}5$

$det(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC})\neq 0$ donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ ne sont pas colinéaires
donc $A\,,B\,,C$ ne sont pas alignés

2) milieu de $[AB]$: $I(-0{,}5\,;1{,}5)$

3) $\overrightarrow{IA}=-\overrightarrow{IB}$; $\overrightarrow{BI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$; $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{IB}$; $\overrightarrow{IB}=-\overrightarrow{IA}$

Ex 24 :

1) milieu de $[AC]$: $K(0\,;0{,}5)$; milieu de $[BD]$: $L(0\,;0{,}5)$
donc les diagonales de $ABCD$ se coupent en leur milieu
donc $ABCD$ est un parallélogramme

2) $Aire_{ABCD}=|det(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})|=\begin{vmatrix}5 & 3\\1 & -4\end{vmatrix}=|-20-3|=23$

3) $Aire_{ABC}=0{,}5\times Aire_{ABCD}=11{,}5$

Ex 26 :

1) Soit $D(x\,;y)$ avec $\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AB}$ donc $\begin{cases}x-(-2)=2(3-(-2))\\y-4=2(0-4)\end{cases}$

donc $\begin{cases}x+2=10\\y-4=-8\end{cases}$ donc $\begin{cases}x=8\\y=-4\end{cases}$ donc $D(8\,;-4)$

Soit $E(x\,;y)$ avec $\overrightarrow{AE}=2\overrightarrow{AC}$ donc $\begin{cases}x-(-2)=2(-5-(-2))\\y-4=2(0-4)\end{cases}$

donc $\begin{cases}x+2=-6\\y-4=-8\end{cases}$ donc $\begin{cases}x=-8\\y=-4\end{cases}$ donc $E(-8\,;-4)$

2) ainsi $\overrightarrow{DE}\begin{pmatrix}-16\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-8\\0\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{DE}=2\overrightarrow{BC}$
donc $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires donc $(DE)//(BC)$