2nde Problèmes de Géométrie – Niveau 2 – Correction 2020

Ex 27 :

1) $\tan(\widehat{ABC})=\dfrac{AC}{AB}$ donc $\tan(55°)=\dfrac{5}{AB}$

donc $AB=\dfrac{5}{\tan(55°)}\simeq 3{,}5\,cm$

de plus $AB^2+AC^2=BC^2$ donc $BC=\sqrt{5^2+3{,}5^2}\simeq 6{,}1\,cm$

2) $aire_{ABC}=\dfrac{AB\times AC}{2}=\dfrac{5\times 3{,}5}{2}\simeq 8{,}75\,cm^2$

Ex 29 :

1) $\sin(\widehat{ABC})=\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{6}{8}=0{,}75$ donc $\widehat{ABC}=\sin^{-1}(0{,}75)\simeq 48{,}6°$

$\tan(\widehat{ADC})=\dfrac{AC}{AD}=\dfrac{6}{4}=1{,}5$ donc $\widehat{ADC}=\tan^{-1}(1{,}5)\simeq 56{,}3°$

2) $AB^2+AC^2=BC^2$ donc $AB=\sqrt{8^2-6^2}\simeq 5{,}3\,cm$

donc $aire_{ABC}=\dfrac{AB\times AC}{2}=\dfrac{6\times 5{,}3}{2}\simeq 15{,}9\,cm^2$

Ex 31 :

$\cos(\widehat{RTS})=\dfrac{RT}{TS}=\dfrac{RT}{7}$ donc $RT=7\times\cos(40°)\simeq 5{,}36\,cm$

$RS^2+RT^2=TS^2$ donc $RS=\sqrt{7^2-5{,}36^2}\simeq 4{,}5\,cm$

$\sin(\widehat{RTH})=\dfrac{RH}{RT}=\dfrac{RH}{5{,}36}$ donc $RH=5{,}36\times\sin(40°)\simeq 3{,}44\,cm$

Ex 32 :

d'après l'énoncé $RS=RS'=RT$ donc R est le centre du cercle circonscrit au triangle TSS' or R est aussi le milieu de $[SS']$ d'après le théorème du cercle circonscrit on en déduit que TSS' est rectangle en T

Ex 33 :

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}$ donc $AB=\sqrt{4^2+3^2}=5$; $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}10\\-5\end{pmatrix}$

donc $AC=\sqrt{10^2+(-5)^2}=5\sqrt{5}$

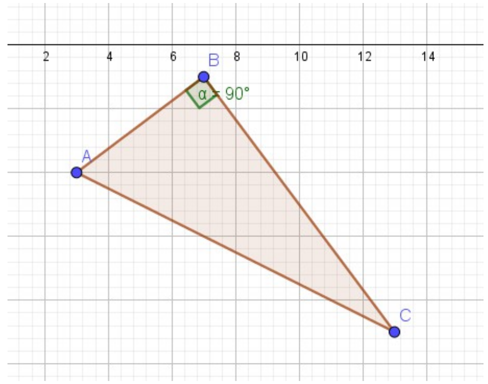
$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}6\\-8\end{pmatrix}$ donc $BC=\sqrt{6^2+(-8)^2}=10$

donc $AB^2+BC^2=AC^2$

donc ABC est rectangle en B

donc $\cos(\widehat{ACB})=\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{10}{5\sqrt{5}}=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$

donc $\widehat{ACB}=\cos^{-1}\left(\dfrac{2}{\sqrt{5}}\right)\simeq 26{,}6°$



Ex 36 :

1) $DB^2=AB^2+AD^2=5^2+5^2=50$

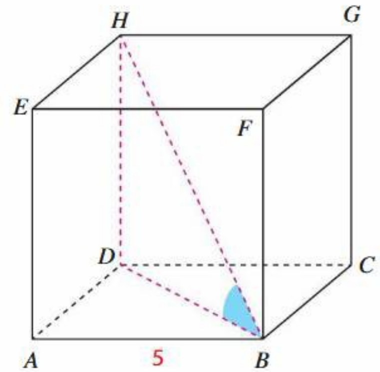
donc $DB=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

2) $HB^2=BD^2+HD^2=50+5^2=75$

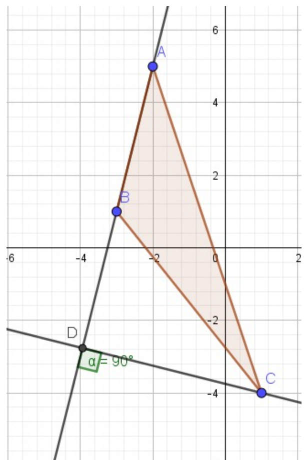
donc $HB=\sqrt{75}=5\sqrt{3}$

3) $\cos(\widehat{DBH})=\dfrac{BD}{HB}=\dfrac{5\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}=\sqrt{\dfrac{2}{3}}$

donc $\widehat{DBH}=\cos^{-1}\sqrt{\dfrac{2}{3}}\simeq 35°$



Ex 38 :



On obtient la figure suivante

$A(-2\,;5),\ B(-3\,;1),\ C(1\,;-4)$

$(CD)\perp(AB)$

Ex 37 :

$$aire_{ABC}=\frac{AB\times AC}{2}=\frac{13\times 3}{2}=19{,}5$$

de plus $BC^2=AB^2+AC^2=13^2+3^2=178$ donc $BC=\sqrt{178}\simeq 13{,}34$

donc $aire_{ABC}=\frac{BC\times AH}{2}=\frac{13{,}34\times AH}{2}$

donc $13{,}34\times AH=19{,}5\times 2$ donc $AH=\frac{39}{13{,}34}\simeq 2{,}92$

Ex 39 :

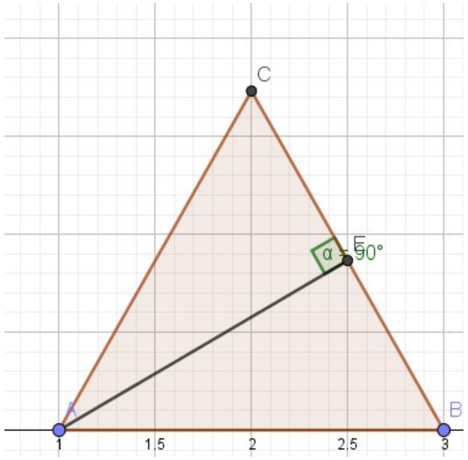
1) le projeté orthogonal de D sur (BC) est C
2) le projeté orthogonal de D sur (AC) est O
3) la distance de O à (AD) est 5
4) la distance de B à (AC) est $5\sqrt{2}$

Ex 41 :

1) Soit E le pied de la hauteur issue de A donc $AE^2+EC^2=AC^2$

   donc $AE^2=2^2-1^2=3$
   donc $AE=\sqrt{3}\,cm$

2) ainsi on obtient :



$$aire_{ABC}=\frac{AE\times BC}{2}=\frac{\sqrt{3}\times 2}{2}=\sqrt{3}\,cm^2$$

Ex 42 :

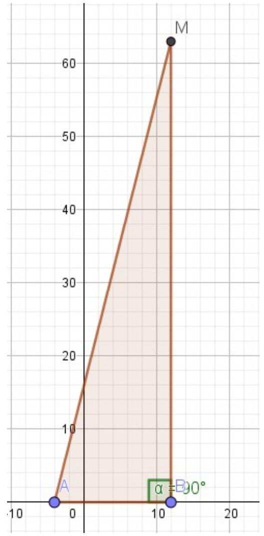
1) soit $h=d(U,(RS))=2\,cm$

   donc $aire_{RSU}=\frac{RS\times h}{2}=\frac{6\times 2}{2}=6\,cm^2$

2) ainsi $aire_{RSTU}=2\times aire_{RSU}=12\,cm^2$

Ex 43 :

on obtient la figure ci-contre

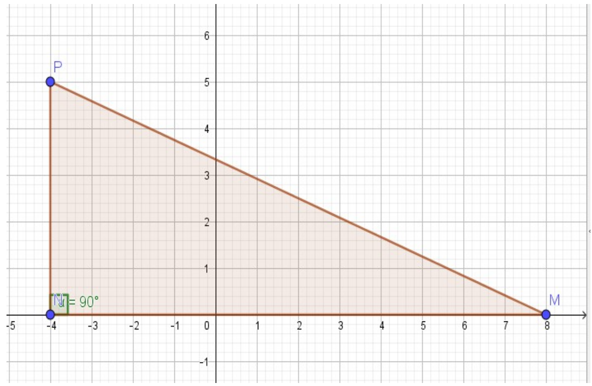


ainsi $AB^2+BM^2=16^2+63^2=4225$
or $AM^2=65^2=4225$
donc $AB^2+BM^2=AM^2$

donc MBA est rectangle en B

donc la distance de M à (d) est égale à MB
donc cette distance vaut $63\,cm$

Ex 46 :

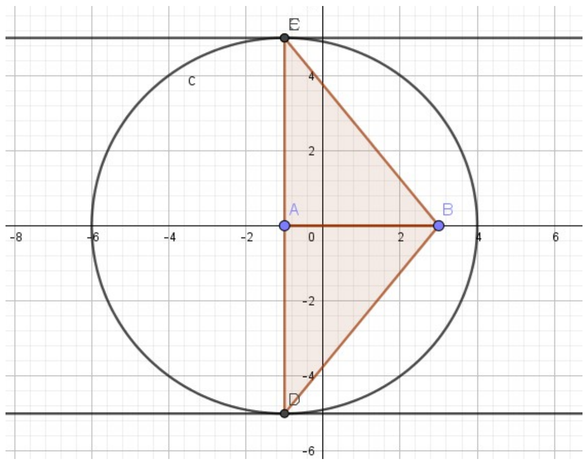


$MN^2=MP^2-NP^2$

donc $MN^2=13^2-5^2=144$
donc $MN=\sqrt{144}=12\,cm$

donc la distance de M à la droite (PN) vaut $12\,cm$

Ex 47 :



on obtient la figure ci-contre

ainsi il existe 2 points solutions :

- le point E , intersection du cercle de centre A et de rayon 5 cm et de la droite $(d): y=5$
- le point D , intersection du cercle de centre A et de rayon 5 cm et de la droite $(d'): y=-5$

Ex 48 :

le cercle de centre K passant par B est tangent à la droite (AB) si la distance du point K à la droite (AB) est égale à KB or $\vec{KB}\begin{pmatrix}6\\-8\end{pmatrix}$

donc $KB=\sqrt{6^2+(-8)^2}=10$

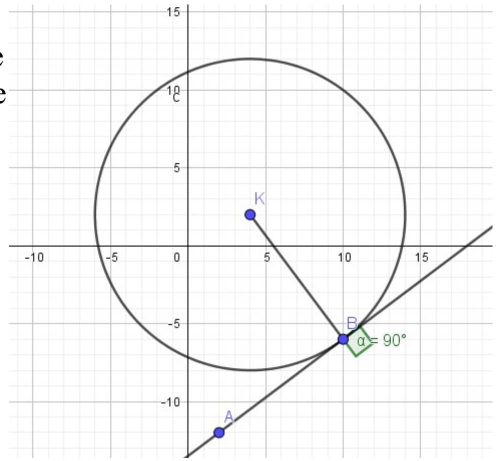
de plus $\vec{AB}\begin{pmatrix}8\\6\end{pmatrix}$ donc $AB=10$

et aussi $\vec{KA}\begin{pmatrix}2\\14\end{pmatrix}$

donc $KA=\sqrt{2^2+14^2}=10\sqrt{2}$

ainsi $KB^2+AB^2=KA^2$

donc KBA est rectangle en B donc la distance du point K à la droite (AB) vaut 10 ; donc la droite (AB) est bien tangente au cercle de centre K passant par B



Ex 52 :

1) $MNPQ$ est un parallélogramme donc $\vec{MN}=\vec{QP}$

on pose $Q(x\,;y)$ donc $\begin{cases}5-(-1)=2-x\\4-2=-3-y\end{cases}$, $\begin{cases}x=-4\\y=-5\end{cases}$, $Q(-4\,;-5)$

2) $MRNP$ est un parallélogramme donc $\vec{MR}=\vec{PN}$

on pose $R(x\,;y)$ donc $\begin{cases}x-(-1)=5-2\\y-2=4-(-3)\end{cases}$, $\begin{cases}x=2\\y=9\end{cases}$, $R(2\,;9)$

3) le milieu de $[RQ]$ est $\left(\frac{-4+2}{2};\frac{-5+9}{2}\right)$ soit $(-1\,;2)$

donc $M(-1\,;2)$ est le milieu de $[RQ]$

Ex 54 :

- entrer les coordonnées de M , notées x et y
- si $x+2=5$ et $y-1=-6$
  - alors afficher " $M\in(AB)$ "
- sinon afficher " $M\notin(AB)$ "

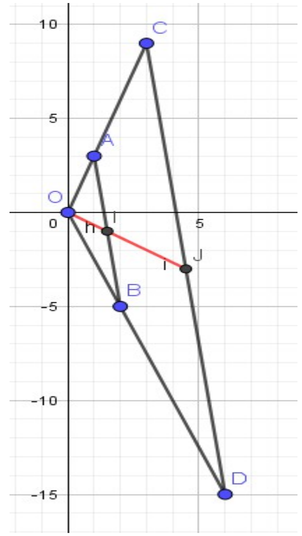
Ex 55 :

1) figure ci-contre

2) on vérifie que $C(3\,;9)$ et $D(6\,;-15)$

3) $I(1{,}5\,;-1)$ est le milieu de $[AB]$
et $J(4{,}5\,;-3)$ est le milieu de $[CD]$

4) ainsi $\vec{OI}\begin{pmatrix}1{,}5\\-1\end{pmatrix}$ et $\vec{OJ}\begin{pmatrix}4{,}5\\-3\end{pmatrix}$
donc $\vec{OJ}=3\,\vec{OI}$
donc $\vec{OI}$ et $\vec{OJ}$ son colinéaires
donc $O\,,I\,,J$ sont alignés



Ex 56 :

Le repère choisi est $(A\,,\vec{AB}\,,\vec{AD})$

donc $A(0\,;0),B(1\,;0),D(0\,;1)$
de plus $ABCD$ est un carré donc $C(1\,;1)$

I est le milieu de $[AB]$ donc $I(0{,}5\,;0)$

E est le symétrique de I par rapport à B
donc B est le milieu de $[EI]$
donc $E(1{,}5\,;0)$

enfin $\vec{AF}=3\,\vec{AD}$ donc $F(0\,;3)$

on déduit que $\vec{FC}\begin{pmatrix}2\\-4\end{pmatrix}$ et que $\vec{CE}\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$
donc $\vec{FC}=2\,\vec{CE}$
donc ces 2 vecteurs sont colinéaires

donc $F\,,C\,,E$ sont alignés