

SUITES ARITHMETIQUES

I. Rappels et expression du terme général

Méthode : Exprimer une suite arithmétique en fonction de n

▶ Vidéo <https://youtu.be/6O0KhPMHvBA>

▶ Vidéo <https://youtu.be/R3sHNwOb02M>

Pour préparer une course, un athlète décide de s'entraîner de façon progressive.
Il commence par courir 3000 m. Après 1 jour d'entraînement, il court 3150 m. Après 2 jours, il court 3300 m puis ainsi de suite en parcourant chaque jour 150 m de plus que la veille.
On note u_n la distance parcourue après n jours d'entraînement.

- 1) Calculer u_3 et u_4 .
- 2) Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
On donnera son premier terme et sa raison.
- 3) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
- 4) Donner la variation de la suite (u_n) .
- 5) Exprimer u_n en fonction de n .

réponses :

- 1) $u_0 = 3000$
 $u_1 = 3150$
 $u_2 = 3300$
 $u_3 = 3450$
 $u_4 = 3600$

Propriété : Si (u_n) est une suite arithmétique de raison r , on a :

$$u_n = u_0 + nr$$

$$u_n = u_1 + (n-1)r$$

- 2) (u_n) est une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 3000$ et de raison $r = 150$.

- 3) $u_{n+1} = u_n + 150$

- 4) $r = 150 > 0$ donc la suite (u_n) est croissante.

- 5) Après 1 jour, il parcourt : $u_1 = 3000 + 150 \times 1$

Après 2 jours, il parcourt : $u_2 = 3000 + 150 \times 2$

Après 3 jours, il parcourt : $u_3 = 3000 + 150 \times 3$

De manière générale, après n jours, il parcourt : $u_n = 3000 + 150n$

II. Somme des termes

Méthode : Calculer la somme des termes d'une suite arithmétique

On reprend le contexte de la méthode du paragraphe I.

- 1) Quelle distance aura-t-il parcourue au total après 15 jours d'entraînement ?
- 2) Quelle distance aura-t-il parcourue au total entre le 8^e jour et le 12^e jour ?

Réponses :

- 1) La distance parcourue après 15 jours d'entraînement est :

$$u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{15}$$

Pour l'obtenir, on utilise la calculatrice.

Sur TI :

- Pour accéder au catalogue : « 2^{nde} » puis « 0 ».
- Appuyer sur « In » pour accéder aux fonctionnalités commençant par « S ».
- Choisir « som(» ou « somme(» ou « sum(» (suivant les modèles).
- Procéder de même pour afficher « suite(» ou « seq(» (suivant les modèles).
- Et compléter pour afficher : **som(suite(3000+150X,X,0,15))**

Sur Casio :

- Pour accéder au catalogue : « SHIFT » puis « 4 ».
- Appuyer sur « X » pour accéder aux fonctionnalités commençant par « S ».
- Choisir Σ .

La calculatrice affiche 66000. Ce qui signifie que l'athlète a parcouru 60000 m soit 66 km après 15 jours d'entraînement.

- 2) La distance parcourue entre le 8^e jour et le 12^e jour d'entraînement est :

$$u_8 + u_9 + u_{10} + u_{11} + u_{12}$$

On saisit sur la calculatrice :

Sur TI : **som(suite(3000+150X,X,8,12))**

Sur Casio : $\sum_{X=8}^{12} (3000+150X)$

La calculatrice affiche 22500. Ce qui signifie que l'athlète a parcouru 22500 m soit 22,5 km entre le 8^e jour et le 12^e jour d'entraînement.