

## SUITES GEOMETRIQUES

### I. Rappels et expression du terme général

**Méthode :** Exprimer une suite géométrique en fonction de  $n$

**Vidéo** <https://youtu.be/WTmdtbQpa0c>

On place un capital de 500€ sur un compte dont les intérêts annuels s'élèvent à 4% par an.

On note  $u_n$  la valeur du capital après  $n$  années.

- 1) Calculer  $u_2$  et  $u_3$ .
- 2) Quelle est la nature de la suite  $(u_n)$  ? On donnera son premier terme et sa raison.
- 3) Exprimer  $u_{n+1}$  en fonction de  $u_n$ .
- 4) Donner la variation de la suite  $(u_n)$ .
- 5) Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .

$$u_n = u_0 \times q^n$$

**Propriété :** Si  $(u_n)$  est une suite géométrique de raison  $q$ , on a :

$$u_n = u_0 \times q^n$$

$$u_n = u_1 \times q^{n-1}$$

**Solutions :**

- 1) Chaque année, le capital est multiplié par 1,04.

$$u_0 = 500$$

$$u_1 = 1,04 \times 500 = 520$$

$$u_2 = 1,04 \times 520 = 540,80$$

$$u_3 = 1,04 \times 540,80 = 562,432$$

- 2)  $(u_n)$  est une suite géométrique de premier terme  $u_0 = 500$  et de raison  $q = 1,04$ .

$$u_{n+1} = 1,04u_n$$

3)

- 4)  $q = 1,04 > 1$  donc la suite  $(u_n)$  est croissante.

- 5) Après 1 an, le capital est égal à :  $u_1 = 1,04 \times 500$

$$\text{Après 2 ans, le capital est égal à : } u_2 = 1,04^2 \times 500$$

$$\text{Après 3 ans, le capital est égal à : } u_3 = 1,04^3 \times 500$$

De manière générale, après  $n$  années, le capital est :  $u_n = 1,04^n \times 500$

### II. Somme des termes

**Méthode :** Calculer la somme des termes d'une suite géométrique

On considère la suite géométrique  $(u_n)$  de raison  $q = 2$  et de premier terme  $u_1 = 5$ .

- 1) Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .

$$S = u_5 + u_6 + u_7 + \dots + u_{20}$$

- 2) A l'aide de la calculatrice, calculer la somme

$$1) u_n = 5 \times 2^{n-1}$$

- 2) On saisit sur la calculatrice :

**Sur TI :** som(suite( $5 \times 2^{X-1}$ ), X, 5, 20))

**Sur Casio :**  $\sum_{X=5}^{20} (5 \times 2^{X-1})$

La calculatrice affiche 5 242 800. Donc  $S = u_5 + u_6 + u_7 + \dots + u_{20} = 5\,242\,800$ .

### III. Comparaison de suites

**Méthode :** Comparer deux suites

Une banque propose deux options de placement :

- Placement A : On dépose un capital de départ. Chaque année, la banque nous reverse 6% du capital de départ.

- Placement B : On dépose un capital de départ. Chaque année, la banque nous reverse 4% du capital de l'année précédente.

On suppose que le placement initial est de 200€. L'objectif est de savoir à partir de combien d'années un placement est plus intéressant que l'autre.

On note  $u_n$  la valeur du capital après  $n$  années pour le placement A et  $v_n$  la valeur du capital après  $n$  années pour le placement B.

- 1) a) Calculer  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$ .

b) Calculer  $v_1$ ,  $v_2$  et  $v_3$ .

- 2) Quelle est la nature des suites  $(u_n)$  et  $(v_n)$  ?

On donnera le premier terme et la raison.

- 3) Exprimer  $u_n$  et  $v_n$  en fonction de  $n$ .

- 4) Déterminer le plus petit entier  $n$ , tel que  $u_n < v_n$ . Interpréter ce résultat.

## Solutions :

1) a) Avec le placement A, on gagne chaque année 6% de  $200\text{€} = 12\text{€}$ .

$$u_0 = 200$$

$$u_1 = 200 + 12 = 212$$

$$u_2 = 212 + 12 = 224$$

$$u_3 = 224 + 12 = 236$$

b) Avec le placement B, chaque année le capital est multiplié par 1,04.

$$u_0 = 200$$

$$u_1 = 1,04 \times 200 = 208$$

$$u_2 = 1,04 \times 208 = 216,32$$

$$u_3 = 1,04 \times 216,32 \approx 224,97$$

2)  $(u_n)$  est une suite arithmétique de premier terme  $u_0 = 200$  et de raison  $r = 12$ .

$(v_n)$  est une suite géométrique de premier terme  $v_0 = 200$  et de raison  $q = 1,04$ .

$$u_n = 200 + 12n$$

3)

$$v_n = 200 \times 1,04^n$$

4) Saisir l'expression du terme général, comme pour une fonction :

$$Y_1 \text{ B } 200 + 12X$$

$$Y_2 \text{ B } 200 * 1,04^X$$

Paramétrer la Table avec un pas de 1 et afficher la table :

X	Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>
14	368	346.34
15	380	360.19
16	392	374.6
17	404	389.58
18	416	405.16
19	428	421.37
20	440	438.22
21	452	455.75
22	464	473.98
23	476	492.94
24	488	512.66

X=21

Le plus petit entier  $n$ , tel que  $u_n < v_n$  est 21.

Cela signifie qu'à partir de 21 années, le placement B devient plus rentable que le placement A.

Décibels : Téléphones VS Avion :

▶ Vidéo <https://youtu.be/WTmdtbQpa0c>

## RÉSUMÉ

	$(u_n)$ une suite géométrique de raison $q$ positive de premier terme $u_0$ positif.	Exemple : $q = 2$ et $u_0 = 4$
Définition	$u_{n+1} = q \times u_n$	$u_{n+1} = 2 \times u_n$ Le rapport entre un terme et son précédent est égal à 2.
Propriété	$u_n = u_0 \times q^n$ $u_n = u_1 \times q^{n-1}$	$u_n = 4 \times 2^n$
Variations	Si $q > 1$ : $(u_n)$ est croissante. Si $0 < q < 1$ : $(u_n)$ est décroissante.	$q = 2 > 1$ La suite $(u_n)$ est croissante.
graphique		