

Ex 1 : (*) - 5 pts

$ABCD$ est un carré tel que $A(2;0)$ et $C(8;2)$

- 1) Déterminer une équation du cercle circonscrit (C) à $ABCD$
- 2) Déterminer une équation du cercle inscrit (C') à $ABCD$

Ex 2 : () - 5 pts**

Note: La distance d'un point $M(x_M; y_M)$ à la droite (d) d'équation cartésienne $ax+by+c=0$ est donnée par la formule $\delta = \frac{|ax_M+by_M+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

On considère le cercle (C) de centre $A(2;1)$ et de rayon $r=5$ et la droite (d) d'équation cartésienne $-x+y+6=0$

- 1) a) Calculer la distance entre le point A et la droite (d)
b) Que peut-on en déduire ?
- 2) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de (C) et (d)

Ex 3 : (*) - 10 pts**

Soit (P) la parabole d'équation $y=x^2$

Soit (C) le cercle d'équation $(x+5)^2+(y-8)^2=65$

Soit (C') le cercle d'équation $x^2+(y-10)^2=52$

- 1) a) Montrer que les abscisses des points d'intersection de (C) et (P) sont solutions de l'équation $x^4-15x^2+10x+24=0$
b) Développer l'expression $(x^2-5x+6)(x^2+5x+4)$
c) En déduire les coordonnées des points d'intersection de (C) et (P)
d) Calculer la somme des abscisses de ces 4 points ; qu'observe-t-on ?
- 2) a) Montrer que les abscisses des points d'intersection de (C') et (P) sont solutions de l'équation $x^4-19x^2+48=0$
b) Résoudre l'équation $x^4-19x^2+48=0$ en posant $X=x^2$
c) En déduire les coordonnées des points d'intersection du cercle (C') et de la parabole (P)
d) Calculer la somme des abscisses de ces 4 points ; qu'observe-t-on ?
- 3) D'une manière générale si a, b, c, d sont les abscisses des points d'intersection entre un cercle quelconque et la parabole (P) quelle propriété remarquable doit-on observer ?

Indications :

$$(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)$$

$$=(x^2-(a+b)x+ab)(x^2-(c+d)x+cd)$$

$$=x^4-(a+b)x^3+(ab)x^2-(c+d)x^3+(a+b)(c+d)x^2-(ab)(c+d)x+\dots$$

$$\dots+(cd)x^2-(a+b)(cd)x+abcd$$

$$=x^4-(a+b+c+d)x^3+(ab+ac+bc+ad+bd)x^2+\dots$$

$$\dots-(abc+abd+acd+bcd)x+abcd$$

graphique de la situation :

