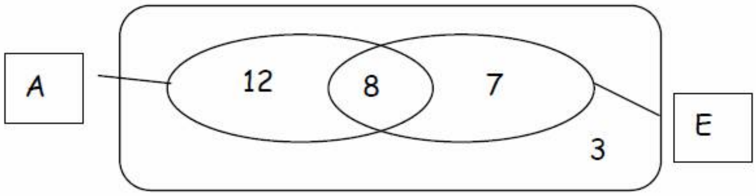
Exercice 1: (4 points)

1) L'événement $A \cap E$ se réalise si l'élève étudie à la fois l'anglais et l'espagnol.
2) L'événement $A \cup E$ se réalise si l'élève étudie soit l'anglais soit l'espagnol. (et éventuellement les deux langues)
3) On peut s'aider d'un tableau (appelé diagramme de Carroll)

$\overline{A}$ désigne l'événement contraire de A et $\overline{E}$ désigne l'événement contraire de E.

	E	$\overline{E}$	Total
A	8	12	20
$\overline{A}$	7	3	10
Total	15	15	30

On peut aussi représenter les données à l'aide d'un diagramme de Venn :

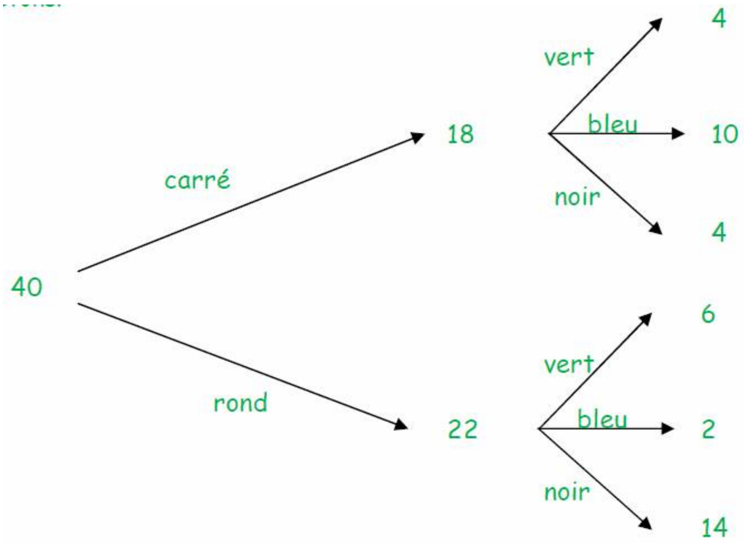


On déduit d'un des deux diagrammes que 3 élèves n'apprennent ni l'anglais, ni l'espagnol.

4) L'événement contraire de A se réalise pour un élève qui n'étudie pas l'anglais.

Exercice 2: (6 points)

1) 2 arbres sont possibles selon que l'on choisit de présenter en premier la forme ou la couleur des jetons.



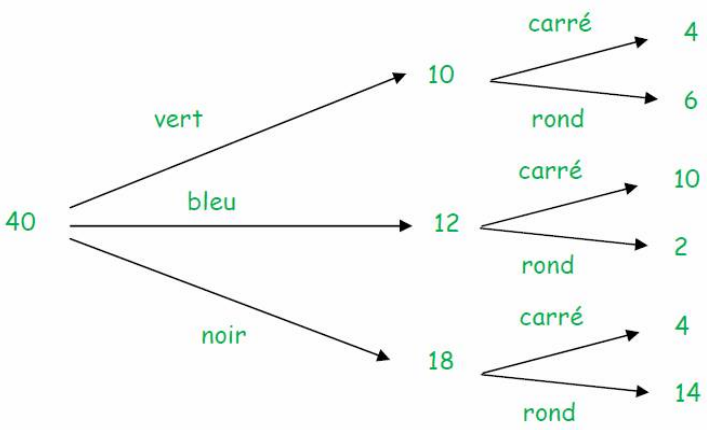


Tableau à double entrée

	vert	bleu	noir	total
carré	4	10	4	18
rond	6	2	14	22
Total	10	12	18	40

2) En situation d'équiprobabilité, la probabilité d'un événement se calcule par :

$$\frac{\text{nombre de cas favorables réalisant l'événement}}{\text{nombre de cas possibles}}$$

a) $p(A) = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$ $\quad p(B) = \frac{18}{40} = \frac{9}{20}$ $\quad p(C) = \frac{4+4}{40} = \frac{1}{5}$

b) $p(\overline{A}) = 1 - p(A) = \frac{3}{4}$ $\quad p(\overline{B}) = 1 - p(B) = \frac{11}{20}$ $\quad p(\overline{C}) = 1 - p(C) = \frac{4}{5}$

c) L'événement contraire de C se réalise si « Le jeton n'est pas carré ou est bleu ».

Exercice 3 : (4 points)

Soit $p = p(1) = p(2) = p(3) = p(4) = p(5)$.

La somme des probabilités des événements élémentaires est égale à 1.

Donc $5p + \frac{1}{2} = 1$

Donc $5p = \frac{1}{2}$

D'où : $p = \frac{1}{10}$

La loi de probabilité est donnée par le tableau suivant :

x	1	2	3	4	5	6
probabilité	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{2}$

1) $p(A) = p(1) + p(2) + p(3) + p(4) + p(5) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

   On peut aussi remarquer que $p(A) = 1 - p(6) = \frac{1}{2}$

2) $p(B) = p(1) = \frac{1}{10}$

3) $p(C) = p(2) + p(4) + p(6) = \frac{2}{10} + \frac{1}{2} = \frac{1}{5} + \frac{1}{2} = \frac{2+5}{10} = \frac{7}{10}$

   L'événement contraire de C, $\overline{C}$ se réalise si on obtient un nombre impair.

   donc $p(\overline{C}) = 1 - p(C) = \frac{3}{10}$

Exercice 4 : (6 points)

1) $p(A) = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$ (il y a 50 nombres pairs compris entre 1 et 100)

$p(B) = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$ (il y a 20 multiples de 5 compris entre 1 et 100 :

5 ;10 ;15 ;20 ;25 ;30 ;35 ;40 ;45 ;50 ;55 ;60 ;65 ;70 ;75 ; 80 ;85 ;90 ;95 ;100)

$p(C) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$ (il y a 10 multiples de 10 compris entre 1 et 100 :

10 ;20 ;30 ;40 ;50 ;60 ;70 ;80 ;90 ;100)

$p(A \cap B) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$ (Il y a 10 multiples de 5 pairs compris entre 1 et 100 :

10 ;20 ;30 ;40 ;50 ;60 ;70 ;80 ;90 ;100)

$p(B \cap C) = p(C) = \frac{1}{10}$ (car tout multiple de 5 est un multiple de 10)

$p(A \cap \overline{C}) = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$ (Il y a 40 nombres pairs non multiples de 10 compris entre 1 et 100 :

2 ;4 ;6 ;8 ;12 ;14 ;16 ;18 ;22 ;24 ;26 ;28 ;;32 ;34 ;36 ;38 ;42 ;44 ;46 ;48 ;52 ;54 ;56 ;58 ;62 ;64 ; 66 ;68 ;72 ;74 ;76 ;78 ;82 ;84 ;86 ;88 ;92 ;94 ;96 ;98)

2) On utilise la relation $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} - \frac{1}{10} = \frac{5+2-1}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

On peut le vérifier en dénombrant le nombre d'éventualités composant l'événement $A \cup B$:
« Le numéro de la boule est pair ou bien est un multiple de 5 ».
Cet événement est composé de :

- tous les numéros pairs compris entre 1 et 100 : 50 au total
- plus tous les multiples de 5 impairs compris entre 1 et 100 : 15 au total (1 par dizaine)

De même $p(A \cup \overline{C}) = p(A) + p(\overline{C}) - p(A \cap \overline{C})$

Or $p(\overline{C}) = 1 - p(C)$

Donc : $p(A \cup \overline{C}) = 1 + p(A) - p(C) - p(A \cap \overline{C}) = 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{10} - \frac{2}{5} = \frac{20+10-2-8}{20} = \frac{20}{20} = 1$

On en déduit que $A \cup \overline{C}$ est l'événement certain.

Vérifions le à l'aide d'un dénombrement :

$A \cup \overline{C}$ se réalise pour un nombre pair compris entre 1 et 100 ou qui n'est pas un multiple de 10.

C'est-à-dire pour tous les nombres pairs compris entre 1 et 100 plus tous les nombres impairs compris entre 1 et 100 qui ne sont pas des multiples de 10.
Or tous les nombres impairs ne sont pas multiples de 10.

Donc $A \cup \overline{C}$ est composé des nombres pairs et impairs compris entre 1 et 100.

C'est-à-dire de tous les nombres compris entre 1 et 100.

Donc $A \cup \overline{C}$ est bien l'événement certain et $p(A \cup \overline{C}) = 1$.