

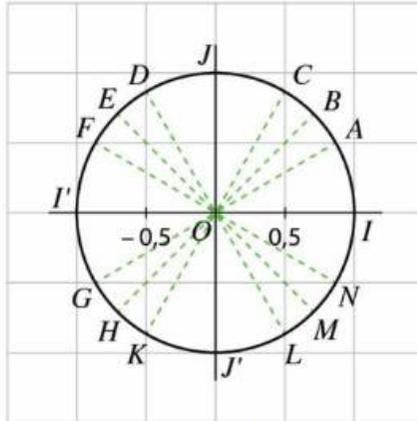
2 Convertir en radian les mesures d'angles exprimées en degré.

- a. 150° b. 12° c. 40° d. 195°

3 Convertir en degré les mesures d'angles exprimées en radian.

- a. $\frac{2\pi}{9}$ b. $\frac{7\pi}{24}$ c. $\frac{5\pi}{12}$

6



1. Sur le cercle ci-dessus, quels sont les points-images des réels suivants ?

- a. $-\pi$ b. $\frac{\pi}{2}$ c. $-\frac{\pi}{2}$ d. 4π e. -3π .

2. Sur le cercle ci-dessus, quels sont les points-images des réels suivants ?

- a. $\frac{\pi}{6}$ b. $\frac{\pi}{4}$ c. $\frac{\pi}{3}$

3. En déduire les points-images des nombres réels ci-dessous.

- a. $\frac{\pi}{6} + \pi$ b. $\frac{\pi}{3} + 2\pi$ c. $\frac{5\pi}{4}$ d. $\frac{13\pi}{3}$

4. Donner cinq nombres réels qui ont D comme point-image.

13 Sans utiliser une calculatrice, donner la valeur exacte des nombres suivants.

1. $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$ 2. $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ 3. $\sin\left(\frac{7\pi}{4}\right)$

4. $\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ 5. $\cos\left(\frac{19\pi}{3}\right)$ 6. $\sin\left(\frac{25\pi}{6}\right)$

20 1. Quelle est la valeur d'un angle en radian dont la mesure appartient à l'intervalle $]-\pi; \pi]$ et dont le cosinus vaut $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ et le sinus vaut 0,5 ?

2. Quelle est la valeur du cosinus d'un angle en radian situé dans $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ dont le sinus vaut 0,2 ?

22 Donner la valeur exacte des deux expressions suivantes.

$$A = \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{3} \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

$$B = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

23 Calculer les expressions suivantes.

$$A = \cos\left(\frac{\pi}{3} - 3\pi\right) - \sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$B = \cos\left(6\pi - \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} + \pi\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}\right)$$

24 On admet le résultat suivant :

$$\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{5}+1}{4}.$$

- En déduire la valeur exacte de $\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)$.

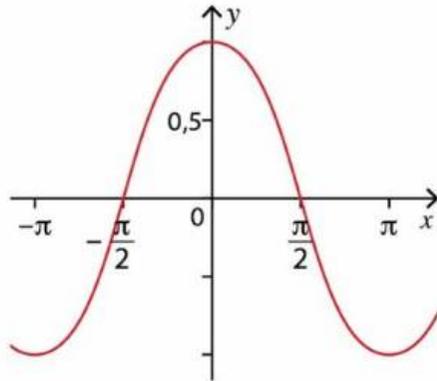
25 Simplifier le plus possible les expressions suivantes.

$$A = \cos(0) + \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + \cos(\pi) + \cos\left(\frac{3\pi}{2}\right)$$

$$B = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$$

- 29 1. À l'aide de la courbe de la fonction cosinus tracée ci-dessous, résoudre graphiquement les inéquations suivantes sur $]-\pi ; \pi]$.

a. $\cos(x) \geq 0$ b. $\cos(x) < 0,5$ c. $\cos(x) \leq 1$



2. Retrouver les résultats précédents à l'aide du cercle trigonométrique.

30 PRISE D'INITIATIVE

Résoudre l'équation $\cos(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$:

- a. sur l'intervalle $[0 ; \pi]$;
b. sur l'intervalle $]-\pi ; \pi]$.

- 31 À l'aide du cercle trigonométrique, résoudre dans $]-\pi ; \pi]$ les inéquations suivantes.

a. $\cos(x) \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$ b. $\sin(x) < -\frac{1}{2}$ c. $2\cos(x) - \sqrt{2} \leq 0$

- 51 1. On donne $\cos(x) = -0,8$ et $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$.

Déterminer $\sin(x)$.

2. On donne $\sin(x) = \frac{2}{3}$ et $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

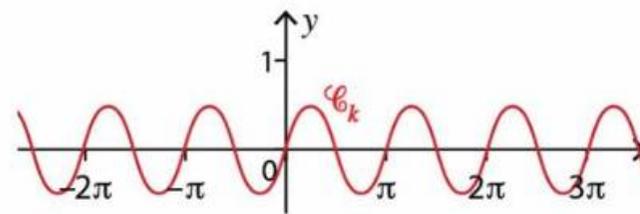
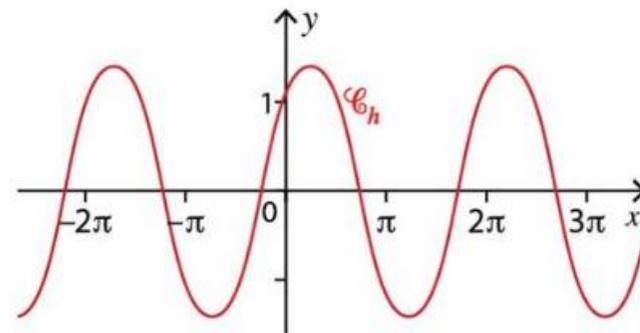
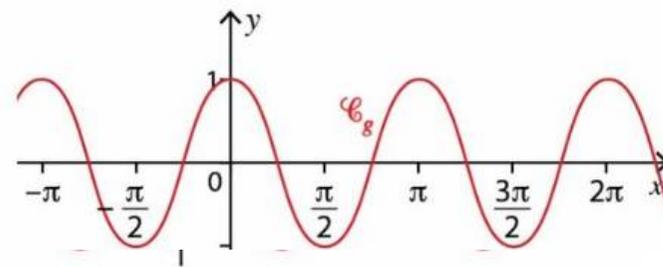
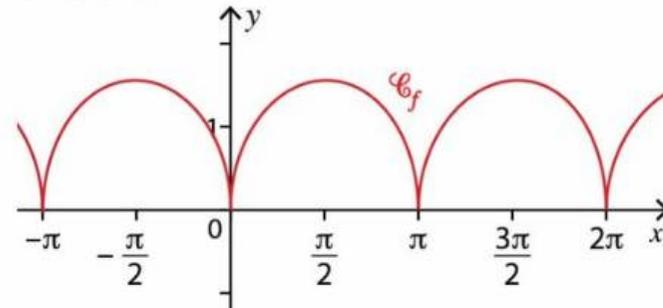
Déterminer $\cos(x)$.

3. On donne $\cos(x) = 0,6$ et $\frac{3\pi}{2} \leq x \leq 2\pi$.

Déterminer $\sin(x)$.

- 32 Chacune des courbes tracées ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction.

- Dans chaque cas, conjecturer la périodicité et la parité des fonctions.



33 On considère la fonction définie par :

$$f(x) = \frac{2}{2 + \cos x}.$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de f .
2. Montrer que la fonction f est paire.
3. Montrer que la fonction f est périodique et de période 2π .

34 On considère la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \sin(2x) + \cos(x) \sin(x).$$

1. Montrer que la fonction f est périodique et de période π .
2. Déterminer la parité de la fonction f .

35

CALCULATRICE

On considère la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \cos(2x) - \cos(x).$$

1. En utilisant la calculatrice, conjecturer la période de la fonction f .
2. Démontrer le résultat précédent.
3. Déterminer la parité de la fonction f .

52 Exprimer à l'aide de $\sin(x)$ et $\cos(x)$ les expressions suivantes.

1. $\sin(-x) + \cos(-x)$
2. $\sin(-x) - \sin(\pi + x)$
3. $\cos(\pi - x) + \cos(3\pi + x)$
4. $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 3\cos\left(-\frac{\pi}{2} - x\right) - 4\sin(\pi - x).$

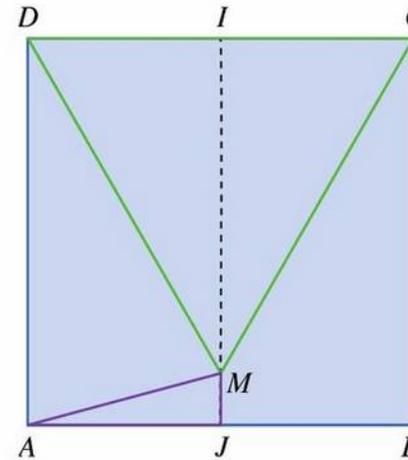
56 Résoudre l'équation $\sin(3x) = \frac{1}{2}$ dans $]-\pi; \pi]$.

- 57
1. Montrer que 1 est racine du polynôme : $2X^3 - 17X^2 + 7X + 8.$
 2. Vérifier que $(X - 1)(2X^2 - 15X - 8) = 2X^3 - 17X^2 + 7X + 8.$
 3. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $2\sin^3(x) - 17\sin^2(x) + 7\sin(x) + 8 = 0.$

59 **Sinus et cosinus de $\frac{\pi}{12}$**

Dans un carré $ABCD$ de côté a , on trace le triangle équilatéral DMC .

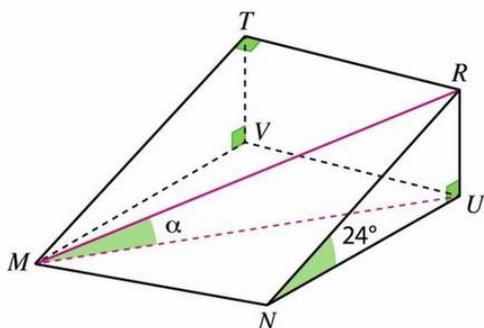
I et J sont les milieux respectifs de $[DC]$ et $[AB]$.



1. Montrer que \widehat{MAJ} a pour mesure $\frac{\pi}{12}$.
2. Calculer IM, MJ puis AM en fonction du côté a .
3. En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et de $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

61 Une rampe d'accès

La figure ci-dessous est le dessin en perspective d'une rampe d'accès pour véhicules.

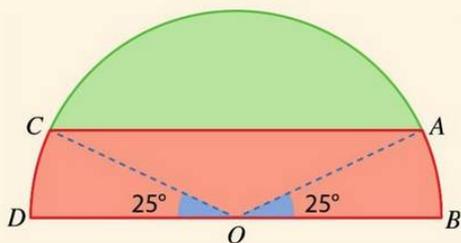


$MN = 8$ m ; $NU = 10$ m ; $MNRT$ et $MNUV$ sont des rectangles. L'angle \widehat{UNR} mesure 24° .

1. Calculer la valeur exacte de RN et donner une valeur approchée au cm près.
2. En utilisant le triangle MNR , calculer la valeur exacte de MR et une valeur approchée au cm près.
3. Calculer la longueur exacte de MU .
En donner une valeur approchée au cm près.
4. Dédire de la question 3 une valeur approchée de $\cos(\alpha)$ à 10^{-1} près.
5. Donner une valeur approchée de l'angle α au degré près.

58 PRISE D'INITIATIVE

On considère la figure suivante constituée d'un demi-cercle de rayon 5 cm.



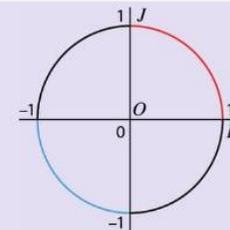
1. Laquelle des surfaces rouge ou verte a l'aire la plus grande ?
2. Cela est-il vrai quel que soit le rayon du cercle ?

76 Déterminer le cosinus connaissant le sinus et inversement

On considère le cercle trigonométrique dans un repère $(O; I, J)$.

On note a et b deux réels tels que $a \in [0; \frac{\pi}{2}]$ et $b \in [-\pi; -\frac{\pi}{2}]$, avec :

$$\cos(a) = \frac{1}{4} \text{ et } \sin(b) = -0,3.$$



Questions Va piano

1. Dessiner un cercle trigonométrique.
2. Placer le nombre $\frac{1}{4}$ sur l'axe des cosinus.
3. Construire le point image du réel a .
4. Reprendre les mêmes questions pour le réel b .

Questions Moderato

1. Construire le point image du réel a . Quel est le signe de $\sin(a)$?
2. En utilisant le théorème de Pythagore, calculer $\sin(a)$.
3. **CALCULATRICE** À l'aide de la calculatrice, déterminer une valeur approchée de a arrondie au dixième.

Questions Allegro

1. Calculer $\cos(b)$.
2. Soit x un réel quelconque tel que $\sin(x) = 0,3$.
a. À combien de points images sur le cercle trigonométrique le réel x peut-il correspondre ?
b. Déterminer toutes les valeurs possibles du réel x .

77 La formule des sinus

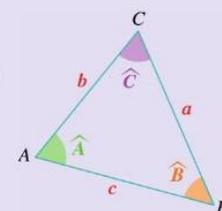
On considère un triangle quelconque ABC .

On note \hat{A} l'angle \widehat{BAC} , \hat{B} l'angle \widehat{CBA} et \hat{C} l'angle \widehat{ACB} , comme indiqué sur la figure ci-contre.

On note également $a = BC$, $b = AC$ et $c = AB$.

On admet la formule suivante pour tout triangle, appelée formule des sinus :

$$\frac{\sin(\hat{A})}{a} = \frac{\sin(\hat{B})}{b} = \frac{\sin(\hat{C})}{c}.$$



Questions Va piano

1. Vérifier que la formule des sinus est vraie dans le cas où ABC est un triangle équilatéral.
2. On donne à présent $\hat{A} = 45^\circ$, $a = 5$ cm et $\hat{B} = 30^\circ$.
Déterminer les valeurs de \hat{C} et de c .

Questions Moderato

1. On suppose que le triangle est rectangle isocèle en B et que $AB = 4$ cm.
Déterminer les nombres a , b et c .
2. Vérifier la formule des sinus pour ce triangle.

Questions Allegro

1. On donne $\hat{A} = 34^\circ$, $a = 4$ cm et $\hat{B} = 60^\circ$.
Déterminer \hat{C} , b et c .
2. On donne $\hat{A} = 60,3^\circ$, $a = 5$ cm, $b = 5,75$ cm et $c = 3$ cm.
Déterminer \hat{B} et \hat{C} .