Exercice résolu 1 Décrire des évènements

On considère un sac contenant 12 jetons numérotés de 1 à 12. On en tire un au hasard.

1. Donner l'univers Ω associé à cette expérience aléatoire.
2. Donner deux exemples d'évènements.
3. Soit C l'évènement « Obtenir un multiple de 4 ». Donner l'évènement $\overline{C}$ sous forme d'ensemble.
4. Décrire par une phrase l'évènement $D = \{9 ; 10 ; 11 ; 12\}$.

Solution commentée

1. Cette expérience aléatoire comporte 12 issues : chacun des jetons numérotés.
$\Omega = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 11 ; 12\}$

2. Exemples d'évènements :
   - $A = \{2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12\}$ ou « Obtenir un nombre pair ».
   - $B = \{1 ; 2 ; 3\}$ ou « Obtenir un nombre inférieur ou égal à 3 ».

3. Les multiples de 4 entre 1 et 12 sont 4, 8 et 12, donc $C = \{4 ; 8 ; 12\}$;
d'où $\overline{C} = \{1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 7 ; 9 ; 10 ; 11\}$.

4. D : « Obtenir un nombre supérieur ou égal à 9 ».

EXERCICE 9 p. 330

Exercice résolu 2 Modéliser une expérience aléatoire

Une pièce est truquée. On s'aperçoit, en la lançant un grand nombre de fois, qu'on a deux fois plus de chances de tomber sur « Pile » que sur « Face ».

- Proposer une loi de probabilité pour cette expérience, en donnant l'univers de cette expérience aléatoire ainsi que la probabilité de chacune de ses issues.

Solution commentée

L'univers ne possède que deux issues « Face » et « Pile ».
Soit p la probabilité d'obtenir « Face » lors d'un tirage. La probabilité d'obtenir « Pile » est alors égale à $2p$. On obtient la loi de probabilité suivante.

Issue	Face	Pile
Probabilité	p	$2p$

Comme la somme de ces deux probabilités vaut 1, alors $p + 2p = 1$, soit $3p = 1$. On trouve $p = \frac{1}{3}$.
On obtient la loi de probabilité suivante.

Issue	Face	Pile
Probabilité	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

EXERCICE 13 p. 330

Exercice résolu 1 Utiliser l'équiprobabilité

On considère un jeu de 32 cartes (as, roi, dame, valet, 10, 9, 8 et 7) réparties en quatre familles : cœur et carreau (rouges), et pique et trèfle (noires). On tire une carte au hasard.

1. Quelle est la probabilité de tirer un cœur ?
2. Quelle est la probabilité de tirer un roi ?
3. Quelle est la probabilité de tirer une figure rouge ?
4. Quelle est la probabilité de tirer une carte qui ne soit pas un as ?

Solution commentée

L'univers Ω contient 32 issues. On est dans une situation d'équiprobabilité.

1. Il y a 8 cœurs, donc la probabilité de tirer un cœur vaut $\frac{8}{32}$, soit $\frac{1}{4}$.
2. Il y a 4 rois dans le jeu, donc la probabilité de tirer un roi vaut $\frac{4}{32}$, soit $\frac{1}{8}$.
3. Il y a 6 figures rouges dans le jeu, donc la probabilité de tirer une figure rouge vaut $\frac{6}{32}$, soit $\frac{3}{16}$.
4. Il y a 4 as dans le jeu, donc la probabilité de tirer un as vaut $\frac{4}{32}$, soit $\frac{1}{8}$.
Ainsi, la probabilité de tirer une carte qui ne soit pas un as vaut $1 - \frac{1}{8}$, soit $\frac{7}{8}$.

EXERCICE 15 p. 331

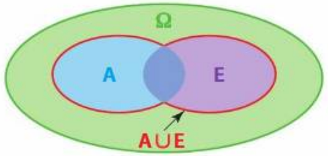
Exercice résolu 2 Utiliser un diagramme

Dans un groupe de touristes, 24 % des personnes parlent l'allemand et 17 % parlent l'espagnol. On sait de plus que 8 % de ce groupe de touristes parlent les deux langues.

On choisit au hasard une personne de ce groupe.

1. Représenter cette situation par un diagramme.
2. Quelle est la probabilité que cette personne parle au moins une de ces deux langues ?
3. Quelle est la probabilité que cette personne ne parle aucune de ces deux langues ?

Solution commentée



1. Soient A l'évènement « La personne choisie parle l'allemand » et E l'évènement « La personne choisie parle l'espagnol ».

2. Parler au moins une de ces deux langues correspond à l'évènement $A \cup E$.
$P(A \cup E) = P(A) + P(E) - P(A \cap E)$.
D'après l'énoncé, $P(A) = 0{,}24$; $P(E) = 0{,}17$ et $P(A \cap E) = 0{,}08$.
Donc $P(A \cup E) = 0{,}24 + 0{,}17 - 0{,}08$, soit $P(A \cup E) = 0{,}33$.

3. On cherche la probabilité de ne parler aucune des deux langues, c'est-à-dire d'être dans la partie verte de Ω sur le schéma. Cela correspond donc à l'évènement contraire de $A \cup E$. La probabilité que cette personne ne parle aucune de ces deux langues est donc de $1 - P(A \cup E) = 0{,}67$.

EXERCICE 20 p. 331

Exercice résolu 1 Compléter et exploiter un tableau à double entrée

On envoie un questionnaire à 300 personnes, dont 60 % de femmes, portant sur les loisirs : « Faire du sport, regarder la télévision ou lire un livre : lequel de ces loisirs préférez-vous ? »

55 % des hommes et 30 % des femmes répondent « Faire du sport ». 42 femmes préfèrent « Lire un livre ». 114 personnes répondent « Regarder la télévision ».

1. Recopier et compléter le tableau d'effectifs ci-contre.
2. On tire un questionnaire au hasard. Déterminer la probabilité que ce soit celui d'une personne préférant lire un livre.

	Sport	Télévision	Lecture	Total
Homme				
Femme				
Total				

Solution commentée

1. On remarque que la situation fait intervenir des effectifs et des pourcentages de différentes catégories. On calcule les effectifs manquants avec les pourcentages indiqués et on complète le tableau au fur et à mesure par addition ou soustraction.

	Sport	Télévision	Lecture	Total
Homme	66	30	24	120
Femme	54	84	42	180
Total	120	114	66	300

Exemple : il y a 60 % de femmes, donc le nombre total de femmes est égal à $300 \times \frac{60}{100} = 180$.

2. Il s'agit d'une situation d'équiprobabilité.
66 personnes préfèrent lire un livre sur un total de 300.
La probabilité que la personne préfère lire un livre est $\frac{66}{300} = 0{,}22$.

EXERCICE 25 p. 332

Exercice résolu 2 Construire et exploiter un arbre

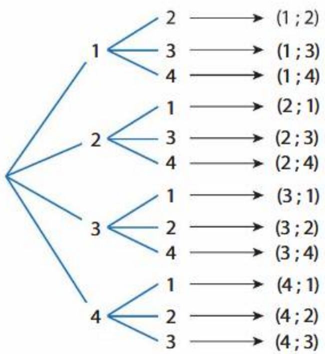
Une urne contient quatre boules numérotées de 1 à 4. On tire au hasard deux boules successivement, sans remettre la première boule dans l'urne.

- Représenter cette expérience aléatoire à l'aide d'un arbre puis déterminer la probabilité de l'évènement A : « Obtenir deux boules portant des numéros pairs ».

Solution commentée

Cette expérience aléatoire comporte : $4 \times 3 = 12$ issues équiprobables.
L'évènement A comporte deux issues : $A = \{(2\,;4)\,;(4\,;2)\}$.

Donc $P(A) = \frac{\text{nombre d'issues de A}}{\text{nombre d'issues de } \Omega} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.



EXERCICE 28 p. 333