

Le paradoxe du Grand Duc de Toscane

Contexte historique

Galilée (1554-1642) est surtout connu pour ses travaux en astronomie, faisant suite à son invention de la lunette astronomique. Cependant, il rédigea vers 1620 un petit mémoire sur les jeux de dés pour répondre à une demande du Duc de Toscane (Galilée est alors Premier Mathématicien de l'Université de Pise et Premier Philosophe du Grand Duc à Florence). Galilée est ainsi l'un des premiers avec Cardan à avoir écrit sur le "calcul des hasards", mais leurs écrits n'ont été publiés qu'après la célèbre correspondance entre Pascal et Fermat qui marque "officiellement" le début de la théorie des probabilités. Le mémoire de Galilée qui nous intéresse n'a été édité qu'en 1718.

Présentation du paradoxe

A la cour de Florence, de nombreux jeux de société étaient alors pratiqués. Parmi ceux-ci, l'un faisait intervenir la somme des numéros sortis lors du lancer de trois dés. Le Duc de Toscane, qui avait sans doute observé un grand nombre de parties de ce jeu, avait constaté que la somme 10 était obtenue légèrement plus souvent que la somme 9. Le paradoxe, que le Duc avait exposé à Galilée, réside dans le fait qu'il y a autant de façons d'écrire 10 que 9 comme sommes de trois entiers compris entre 1 et 6 :

$10 = 6 + 3 + 1 = 6 + 2 + 2 = 5 + 4 + 1 = 5 + 3 + 2 = 4 + 4 + 2 = 4 + 3 + 3$ (6 possibilités)

$9 = 6 + 2 + 1 = 5 + 3 + 1 = 5 + 2 + 2 = 4 + 4 + 1 = 4 + 3 + 2 = 3 + 3 + 3$ (6 possibilités)

Questions

On considère les Programmes suivants :

```
PROGRAM: TOSCANE
:Prompt N
:0→L
:0→M
:For(I,1,N)
:0→S
:For(D,1,3)
:S+randInt(1,6)→
S
:End
:If S=9
:Then
:L+1→L
:End
:If S=10
:Then
:M+1→M
:End
:End
:Disp L
:Disp M
```

```
=====TOSCANE =====
P'SAISIR N"?→N↵
0→L↵
0→M↵
For 1→I To N↵
0→S↵
For 1→D To 3↵
S+Int (Ran# ×6+1)→S↵
Next↵
If S=9↵
Then L+1→L↵
IfEnd↵
If S=10↵
Then M+1→M↵
IfEnd↵
Next↵
L↵
M↵
```

```
*duc_toscane.py - f:/Users/Utilisateur/Desktop/d
File Edit Format Run Options Window Hel
from random import *
N=int(input("saisir N : "))
L=0
M=0
for i in range(N):
    S=0
    for d in range(3):
        S=S+randint(1,6)
    if S==9:
        L=L+1
    if S==10:
        M=M+1
print("P(Somme=9) =",L/N*100,"%")
print("P(Somme=10) =",M/N*100,"%")
```

Sur TI

Sur Casio

Sur Python

- 1) Programmer ces algorithmes avec le langage de votre choix
- 2) a) Exécuter ce programme pour des valeurs de N assez grandes
b) Qu'observe-t-on ?
- 3) a) Confirmez vous le paradoxe observé par le Duc de Toscane ?
b) Expliquer l'erreur mathématique commise par le Duc de Toscane