

Ex 1 : On étudie l'évolution de la population Allemande depuis la réunification<sup>1</sup> entre la RFA et la RDA de 1990 à 2004 ; on obtient les données suivantes :

Année	1990	1991	1992	1994	1996	1998	2000	2002	2004
Rang depuis 1990 $x_i$	0	1	2	4	6	8	10	12	14
Population (en millions) $y_i$	79,7	80,3	81	81,5	82	82,1	82,3	82,5	82,6
$X_i = \ln(x_i)$									

- 1) Construire le nuage de points de la série  $(x_i; y_i)$
- 2) Quel semble être le type d'ajustement le plus adapté ?
- 3) Compléter les données du tableau à l'aide de la variable  $X_i = \ln(x_i)$
- 4) Déterminer l'équation réduite de la droite des « moindres carrés » de  $y$  en  $X$
- 5) En déduire l'équation d'un ajustement du type  $f(x) = A + B \cdot \ln(x)$
- 6) Donner l'évolution de cette population en 2008, 2012, 2016, 2020

Ex 2 : On étudie l'évolution de l'épidémie de COVID-19 en Chine à partir de la date « officielle » de déclaration mondiale : le 30 décembre 2019 ; On obtient les données statistiques suivantes :

Nombre de jours écoulés $x_i$	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Nombre de cas détectés $y_i$	1	2	5	10	22	42	62	75	78	80	82

- 1) Ajustement logistique des données
  - a) Construire le nuage de points de la série  $(x_i; y_i)$
  - b) Quel semble être le type d'ajustement le plus adapté ?
  - c) Déterminer les réels  $a, b, c$  tels que  $f(x) = \frac{c}{1 + a e^{-bx}}$  tel que la fonction  $f$  corresponde à un ajustement logistique de  $y$  en  $x$
  - d) Expliquer le moyen de vérifier la fiabilité de cet ajustement
  - e) Donner une estimation de nombre de nouveaux cas détectés le 05/04/2020
- 2) Analyse et traitement des données
  - a) Étudier les variations de  $f$  sur  $[0; +\infty[$
  - b) La courbe  $C_f$  admet-elle des droites asymptotes ? Interpréter les résultats
  - c) Étudier la convexité de  $f$  sur  $[0; +\infty[$
  - d) La courbe  $C_f$  admet-elle un point d'inflexion ?
  - e) En déduire le jour exact correspondant au « pic » de cette épidémie

<sup>1</sup> La Réunification Allemande – Mercredi 3 octobre 1990

Ex 1 : On étudie l'évolution de la population Allemande depuis la réunification<sup>2</sup> entre la RFA et la RDA de 1990 à 2004 ; on obtient les données suivantes :

Année	1990	1991	1992	1994	1996	1998	2000	2002	2004
Rang depuis 1990 $x_i$	0	1	2	4	6	8	10	12	14
Population (en millions) $y_i$	79,7	80,3	81	81,5	82	82,1	82,3	82,5	82,6
$X_i = \ln(x_i)$									

- 1) Construire le nuage de points de la série  $(x_i; y_i)$
- 2) Quel semble être le type d'ajustement le plus adapté ?
- 3) Compléter les données du tableau à l'aide de la variable  $X_i = \ln(x_i)$
- 4) Déterminer l'équation réduite de la droite des « moindres carrés » de  $y$  en  $X$
- 5) En déduire l'équation d'un ajustement du type  $f(x) = A + B \cdot \ln(x)$
- 6) Donner l'évolution de cette population en 2008, 2012, 2016, 2020

Ex 2 : On étudie l'évolution de l'épidémie de COVID-19 en Chine à partir de la date « officielle » de déclaration mondiale : le 30 décembre 2019 ; On obtient les données statistiques suivantes :

Nombre de jours écoulés $x_i$	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Nombre de cas détectés $y_i$	1	2	5	10	22	42	62	75	78	80	82

- 1) Ajustement logistique des données
  - a) Construire le nuage de points de la série  $(x_i; y_i)$
  - b) Quel semble être le type d'ajustement le plus adapté ?
  - c) Déterminer les réels  $a, b, c$  tels que  $f(x) = \frac{c}{1 + a e^{-bx}}$  tel que la fonction  $f$  corresponde à un ajustement logistique de  $y$  en  $x$
  - d) Expliquer le moyen de vérifier la fiabilité de cet ajustement
  - e) Donner une estimation de nombre de nouveaux cas détectés le 05/04/2020
- 2) Analyse et traitement des données
  - a) Étudier les variations de  $f$  sur  $[0; +\infty[$
  - b) La courbe  $C_f$  admet-elle des droites asymptotes ? Interpréter les résultats
  - c) Étudier la convexité de  $f$  sur  $[0; +\infty[$
  - d) La courbe  $C_f$  admet-elle un point d'inflexion ?
  - e) En déduire le jour exact correspondant au « pic » de cette épidémie

<sup>2</sup> La Réunification Allemande – Mercredi 3 octobre 1990