

# Les Pourcentages

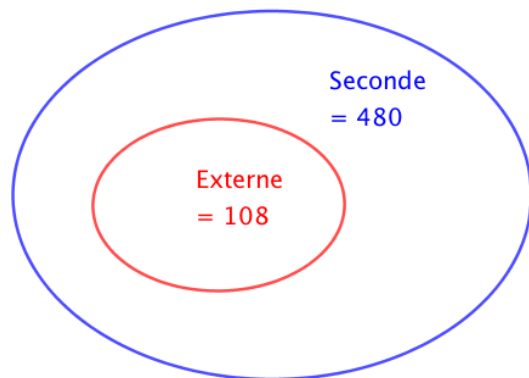
▶ **Tout le cours en vidéo :** [https://youtu.be/Y\\_gDKPidUQ0](https://youtu.be/Y_gDKPidUQ0)

## I. Proportion et pourcentage

### 1) Proportion d'une sous-population

Exemple :

Sur les 480 élèves inscrits en classe de 2<sup>nde</sup>, 108 d'entre eux sont externes.



La **population totale** des élèves de 2<sup>nde</sup>, notée  $N$ , est égale à 480. C'est la population de référence.

La **sous-population** des élèves externes, notée  $n$ , est égale à 108.

La **proportion** d'élèves externes parmi tous les élèves de seconde, notée  $p$ , est :

$$p = \frac{n}{N} = \frac{108}{480} = \frac{9}{40} = 0,225.$$

Cette proportion peut s'exprimer en **pourcentage** :  $p = 22,5\%$ .

### 2) Pourcentage d'un nombre

Exemple :

Parmi les 480 élèves de seconde, 15 % ont choisi l'option grec ou latin.

15 % de 480 ont choisi l'option grec ou latin, soit :

$$15\% \times 480 = \frac{15}{100} \times 480 = 72 \text{ élèves.}$$

Méthode : Associer effectif, proportion et pourcentage

▶ **Vidéo** <https://youtu.be/r8S46rk9x9k>

**Exemple :**

Une société de 75 employés compte 12 % de cadres et le reste d'ouvriers.

35 employés de cette société sont des femmes et 5 d'entre elles sont cadres.

- Calculer l'effectif des cadres.
- Calculer la proportion de femmes dans cette société.
- Calculer la proportion, en %, de cadres parmi les femmes. Les femmes cadres sont-elles sous ou surreprésentées dans cette société ?

**Solutions :**

a) 12 % de 75 =  $\frac{12}{100} \times 75 = 9$ .

Cette société compte 9 cadres.

b)  $n = 35$  femmes et  $N = 75$  employés

La proportion de femmes est donc égale à  $p = \frac{35}{75} = \frac{7}{15} \approx 0,47$ .

c)  $n = 5$  femmes cadres et  $N = 35$  femmes. La population de référence n'est plus la même.

La proportion de cadres parmi les femmes est égale à  $p = \frac{5}{35} =$

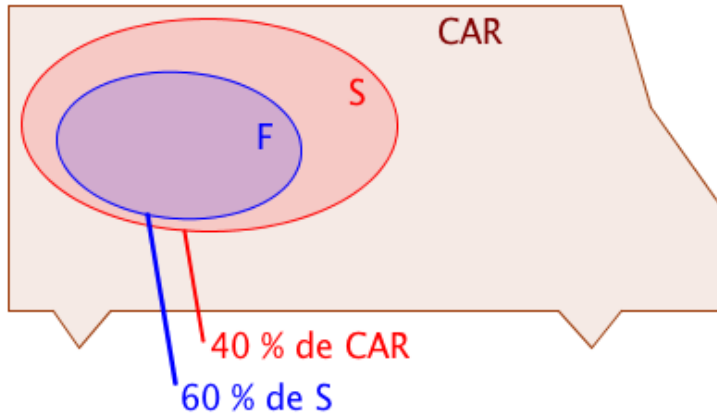
$$\frac{1}{7} \approx 0,14 = 14\%.$$

14 % > 12 % donc les femmes cadres sont surreprésentées dans cette société.

### 3) Proportions échelonnées

#### Exemple :

Dans un car, il y a 40 % de scolaires. Et parmi les scolaires, 60 % sont des filles.



L'ensemble F est inclus dans l'ensemble S et on a :  $p_F = 60\%$  de S.  
L'ensemble S est inclus dans l'ensemble CAR et on a :  $p_S = 40\%$  de CAR.

La proportion de scolaires filles dans le CAR est donc égale à :  
 $60\% \text{ de } 40\% = 60\% \times 40\% = 0,6 \times 0,4 = 0,24 = 24\%$ .

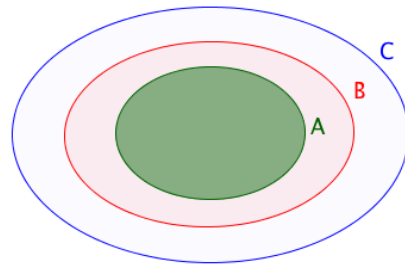
#### Propriété :

$A \subset B$  et  $B \subset C$ .

$p_1$  est la proportion de A dans B.

$p_2$  est la proportion de B dans C.

Alors  $p = p_1 \times p_2$  est la proportion de A dans C.



Méthode : Calculer des pourcentages de pourcentages

 Vidéo <https://youtu.be/nPPRsOW2veU>

#### Exemple :

Sur 67 millions d'habitants en France, 66 % de la population est en âge de travailler (15-64 ans).

La population active représente 70 % de la population en âge de travailler.

a) Calculer la proportion de population active par rapport à la population totale.

b) Combien de français compte la population active ?

#### Solutions :

a) F est la population française.

T est la population en âge de travailler.

A est la population active.

La proportion de A dans T est 70 %.

La proportion de T dans F est 66 %.

La proportion de A dans F est donc égale à :

$$70\% \times 66\% = 0,7 \times 0,66 = 0,462 = 46,2\%$$

46,2 % des français sont actifs.

b)  $46,2\% \text{ de } 67 = 0,462 \times 67 = 30,954$ .

La France compte environ 31 millions d'actifs.

## II. Évolution exprimée en pourcentage

### 1) Calculer une évolution

#### Propriétés et définition :

- Augmenter une valeur de  $t\%$  revient à la multiplier par  $1 + \frac{t}{100}$ .

- Diminuer une valeur de  $t\%$  revient à la multiplier par  $1 - \frac{t}{100}$ .

-  $1 + \frac{t}{100}$  et  $1 - \frac{t}{100}$  sont appelés les **coefficients multiplicateurs**.

Démonstration pour l'augmentation :

Si on augmente une valeur  $V_0$  de  $t$  % alors sa valeur  $V_1$  après augmentation est égale à :

$$V_1 = V_0 + V_0 \times \frac{t}{100} = V_0 \left( 1 + \frac{t}{100} \right)$$

Exemples :

▶ Vidéo <https://youtu.be/UVXFEDUnSjl>

▶ Vidéo <https://youtu.be/-5QmcMuzy5l>

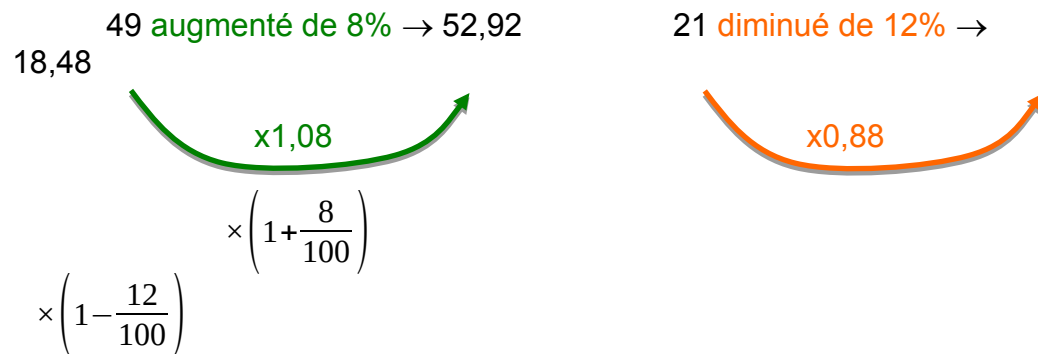
- Le prix d'un survêtement est de 49€. Il augmente de 8%.

Son nouveau prix est égal à  $\left( 1 + \frac{8}{100} \right) \times 49 = 1,08 \times 49 = 52,25$  € .

- Le prix d'un polo est de 21€. Il diminue de 12%.

Son nouveau prix est égal à  $\left( 1 - \frac{12}{100} \right) \times 21 = 0,88 \times 21 = 18,48$  € .

Schéma :



2) Calculer un taux d'évolution

**Définition :** On considère une valeur  $V_0$  qui subit une évolution pour arriver à une valeur  $V_1$ .

**Le taux d'évolution** est égal à :  $t = i \quad \frac{V_1 - V_0}{V_0}$  .

**En pourcentage, le taux d'évolution** est égal à :  $t(\%) = 100 \times \frac{V_1 - V_0}{V_0}$  .

Remarque :

Si  $t > 0$  , l'évolution est une augmentation.

Si  $t < 0$  , l'évolution est une diminution.

Exemple :

▶ Vidéo <https://youtu.be/Y48-iK7Cp20>

La population d'un village est passée de 8500 à 10400 entre 2008 et 2012.

Calculer le taux d'évolution de la population en %.

$$t = i \quad \frac{10400 - 8500}{8500} \approx 0,224 \quad \text{soit } 22,4\%$$

3) Évolutions successives

Remarque préliminaire :

Une hausse de  $t$  % suivie d'une baisse de  $t$  % ne se compensent pas. Par exemple, si une grandeur  $N$  subit une augmentation de 10% suivie d'une diminution de 10% alors elle subit une diminution de 1%.

En effet,  $N \times \left( 1 + \frac{10}{100} \right) \times \left( 1 - \frac{10}{100} \right)$   
soit  $N \times 1,1 \times 0,9 = N \times 0,99 = N \times \left( 1 - \frac{1}{100} \right)$  .

**Propriété :** Si une grandeur subit des évolutions successives alors le coefficient multiplicateur global est égal aux produits des coefficients multiplicateurs de chaque évolution.

Méthode : Déterminer un taux d'évolution global

▶ Vidéo <https://youtu.be/qOg2eXd8Hv0>

Exemple :

En 2010, la boulangerie-pâtisserie *Aux délices* a augmenté ses ventes de 10%. En 2011, elle a diminué ses ventes de 5%.

Calculer le taux d'évolution des ventes sur les deux années.

## Solutions :

Le coefficient multiplicateur correspondant à l'augmentation en 2010 est égal à :  $1 + \frac{10}{100}$  .

Le coefficient multiplicateur correspondant à la diminution en 2011 est égal à :  $1 - \frac{5}{100}$  .

Le coefficient multiplicateur sur les deux années est égal à :

$$\left(1 + \frac{10}{100}\right) \times \left(1 - \frac{5}{100}\right) = 1,1 \times 0,95 = 1,045 = 1 + \frac{4,5}{100} .$$

Le taux d'évolution des ventes sur les deux années est donc égal à 4,5 %.

## 4) Évolution réciproque

**Définition :** On considère le taux  $t$  d'évolution de la valeur  $V_0$  à la valeur  $V_1$ .

On appelle **évolution réciproque** le taux  $t'$  d'évolution de la valeur  $V_1$  à la valeur  $V_0$ .

**Propriété :** On considère le taux  $t$  d'évolution de la valeur  $V_0$  à la valeur  $V_1$ .

L'évolution réciproque possède un coefficient multiplicateur inverse de l'évolution directe.

### Démonstration :

Si on augmente une valeur  $V_0$  de  $t$  % alors sa valeur  $V_1$  après augmentation est égale à :

$$V_1 = V_0 \left(1 + \frac{t}{100}\right) \text{ et donc : } V_0 = V_1 \frac{1}{1 + \frac{t}{100}} .$$

L'évolution réciproque a donc pour coefficient multiplicateur

$$\frac{1}{1 + \frac{t}{100}} = \frac{100}{100 + t} .$$

## Méthode : Déterminer un taux d'évolution réciproque

 **Vidéo** <https://youtu.be/NiCxHYkpNiM>

## Exercices :

1) Un magasin a des ventes en diminution de 8% sur l'année 2011. Quel devrait être le pourcentage d'évolution sur l'année 2012 pour que les ventes retrouvent leur valeur initiale ?

2) La population d'un village a augmenté de 3% sur une année puis retrouve sa valeur initiale l'année suivante.

Quel est le pourcentage de baisse sur la 2<sup>e</sup> année ?

## Solutions :

1) Le coefficient multiplicateur correspondant à la diminution de 8 % est égal à :

$$1 - \frac{8}{100} = 0,92 .$$

Le coefficient multiplicateur de l'évolution réciproque est égal à :  $\frac{1}{0,92}$

$$\approx 1,087 = 1 + \frac{8,7}{100} .$$

Pour que les ventes retrouvent leur valeur initiale, il faudrait qu'elles augmentent d'environ 8,7 % sur l'année 2012.

2) Le coefficient multiplicateur est égal à  $1 + \frac{3}{100} = 1,03$ .

Le coefficient multiplicateur de l'évolution réciproque est égal à :

$$\frac{1}{1,03} \approx 0,971 = 1 - 0,029 = 1 - \frac{2,9}{100} .$$

Sur la 2<sup>e</sup> année, la population diminue d'environ 2,9%.