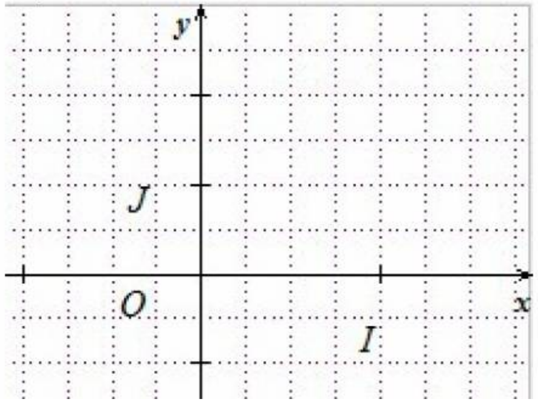
I) Repères :

Trois points O, I et J, non alignés, définissent un repère du plan.
Les axes du repère sont (OI) (= axe des abscisses) et (OJ) (= axe des ordonnées)

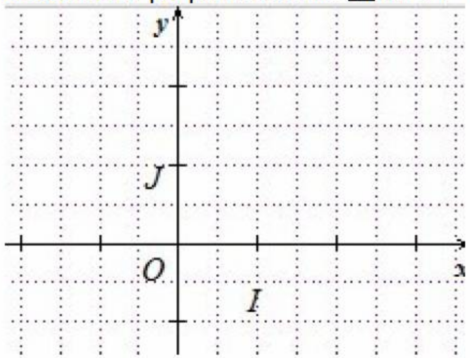
1) Repères orthogonaux :

Un repère orthogonal a ses axes perpendiculaires.
C'est-à-dire : (OI) $\perp$ (OJ)



2) Repères orthonormaux (ou orthonormés) :

Un repère est **orthonormé** (ou orthonormal)
si ses axes sont perpendiculaires **et** si OI = OJ.



Remarque :
Cette année, on ne travaillera que dans des repères orthogonaux ou orthonormaux.

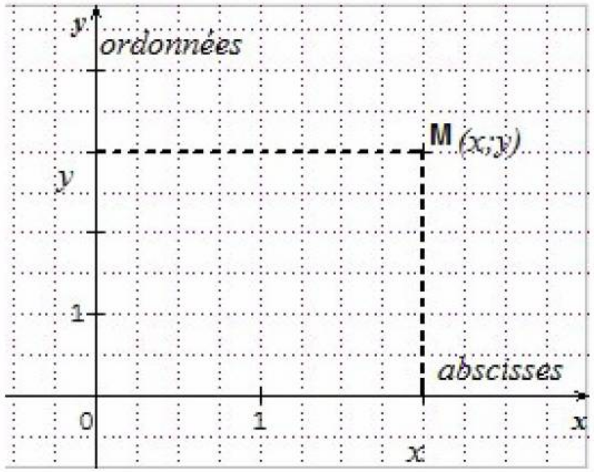
II) Coordonnées :

1) Coordonnées d'un point :

Un repère étant donné, tout point M du plan possède un et un seul couple de coordonnées.

Réciproquement, à tout couple de coordonnées, on peut associer un seul point M du plan.

Notation : $M(x\,;y)$ x désigne l'abscisse du point M et y son ordonnée



2) Coordonnées du milieu d'un segment :

Soient $A(x_A\,;y_A)$ et $B(x_B\,;y_B)$ deux points du plan.
Si note $M(x_M\,;y_M)$, le milieu du segment [AB] , alors :

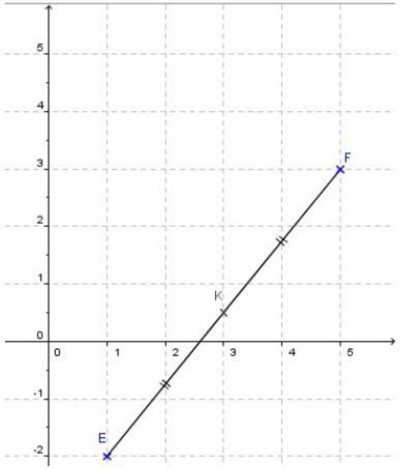
$$x_M = \frac{x_A+x_B}{2} \qquad \text{et} \qquad y_M = \frac{y_A+y_B}{2}$$

Exemple :
On considère les points suivants E(1;-2) et F(5;3) et K le milieu de [EF]
Calcul des coordonnées de K :

$$K\left(\frac{x_E+x_F}{2}\,;\frac{y_E+y_F}{2}\right) \qquad \text{D'où : } K\left(\frac{1+5}{2}\,;\frac{-2+3}{2}\right)$$

$$\boxed{\text{Donc } K\left(3\,;\frac{1}{2}\right)}$$

Vérification graphique :



Application : Montrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme

Soient A(-3;-1), B(5;-2), C(7;3) et D(-1;4). Montrer que ABCD est un parallélogramme.
[AC] et [BD] sont les deux diagonales du quadrilatère ABCD.
Appelons M le milieu de [AC] et N celui de [BD] :

$x_M = \frac{x_A+x_C}{2} = \frac{-3+7}{2} = 2$ et $y_M = \frac{y_A+y_C}{2} = \frac{-1+3}{2} = 1$

D'où : **M(2;1)**

$x_N = \frac{x_B+x_D}{2} = \frac{5+(-1)}{2} = 2$ et $y_N = \frac{y_B+y_D}{2} = \frac{-2+4}{2} = 1$

D'où : **N(2;1)**

Donc M = N

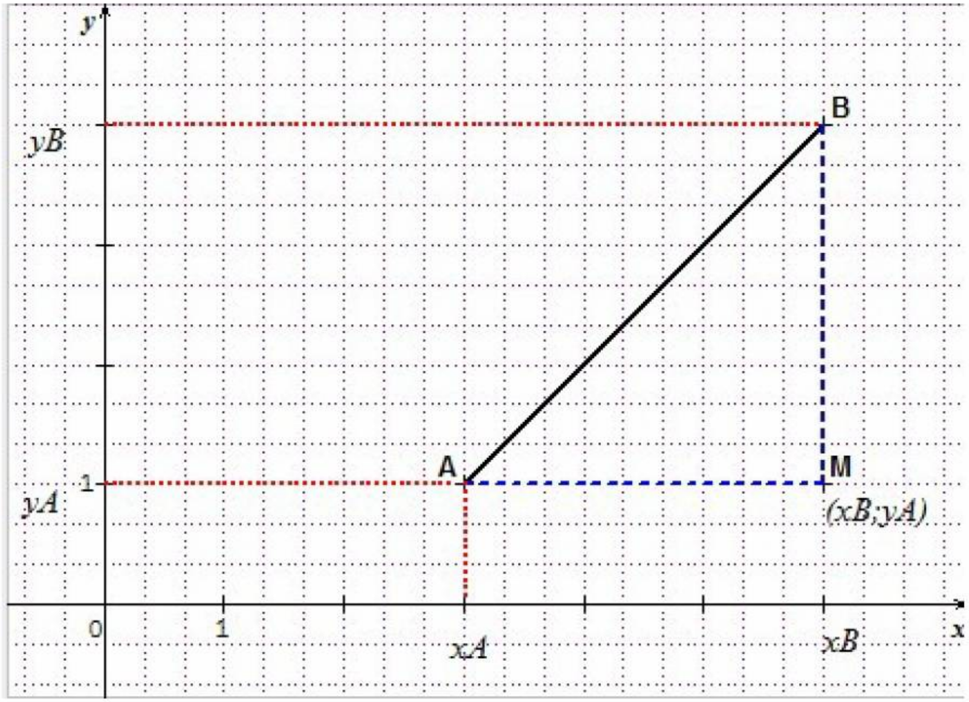
Or, un quadrilatère ayant ses diagonales qui se coupent en leur milieu est un parallélogramme.

Donc : **ABCD est un parallélogramme**

III) Distance entre deux points :

ATTENTION : Dans cette partie, on se placera dans un repère orthonormé

On considère deux points A(x_A;y_A) et B(x_B;y_B) , on cherche une formule permettant de déterminer la distance entre A et B connaissant les coordonnées des deux points.



On introduit un point M de coordonnées (x_B ;y_A) , alors AMB est un triangle rectangle en M.

Dans le triangle AMB, rectangle en M, on peut appliquer le théorème de Pythagore :

$AB^2 = AM^2 + MB^2$

Comme [AM] est horizontal, AM = $x_B - x_A$

Comme [BM] est vertical, BM = $y_B - y_A$

D'où : $AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$

Or, AB étant une distance, AB $\geq$ 0,

Par conséquent :

$$\boxed{AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}$$

Exemple :

On considère les deux points suivants :

$R(-1;5)$ et $S(4;-2)$

Calcul de RS :

$$RS = \sqrt{(x_S - x_R)^2 + (y_S - y_R)^2} = \sqrt{(4-(-1))^2 + (-2-5)^2}$$
$$= \sqrt{25+49}$$
$$= \boxed{\sqrt{74}}$$

Application :

On se donne trois points $A(-4;-1)$, $B(4;-2)$ et $C(-2;2)$

Montrer que ABC est un triangle rectangle en C.

On a : $AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 = (4 - (-4))^2 + (-2 - (-1))^2$
$$= 64 \quad + 1$$
$$= 65$$

$AC^2 = (x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2 = (-2 - (-4))^2 + (2 - (-1))^2$
$$= 4 \quad + 9$$
$$= 13$$

$BC^2 = (x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2 = (-2 - 4)^2 + (2 - (-2))^2$
$$= 36 \quad + 16$$
$$= 52$$

Or $52 + 13 = 65$, c'est-à-dire $AB^2 = AC^2 + BC^2$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore,

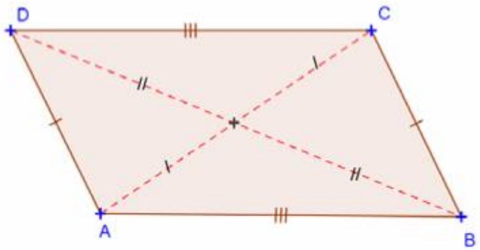
le triangle ABC est rectangle en C.

IV) Configurations du plan

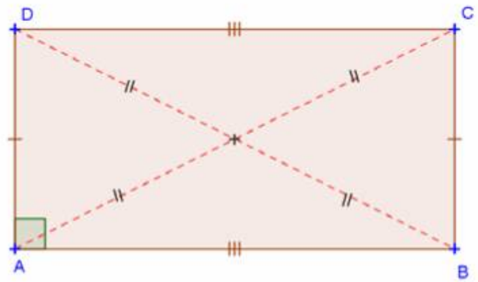
→ Voir le **COURS « Configuration du PLAN »**

https://lewebpedagogique.com/boquetm/2020/09/01/cours-de-mathematiques-en-2nde-version-2020/

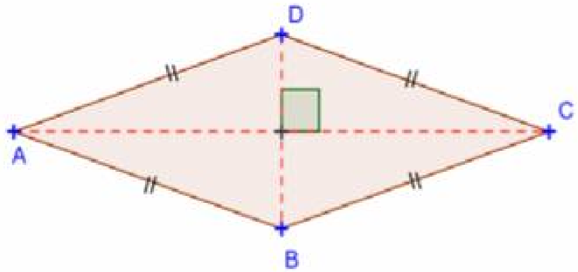
Parallélogrammes



Rectangle



Losange



Carré