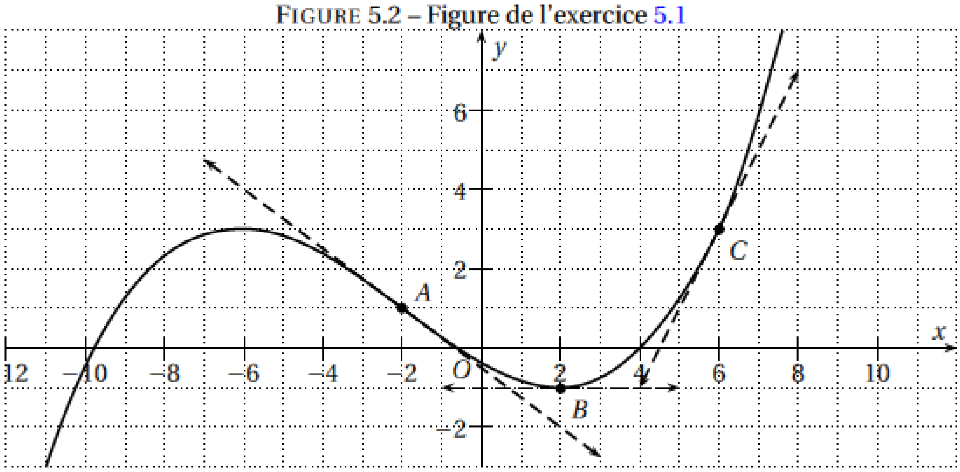
5.4 Exercices

5.4.1 Lectures graphiques de nombres dérivés

EXERCICE 5.1.
On donne sur la figure 5.2 de la présente page la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f en y indiquant les droites tangentes aux points A, B et C.

1. Donner par lecture graphique $f(-2)$ et $f(6)$
2. Donner par lecture graphique $f'(-2)$, $f'(6)$ et $f'(2)$
3. Déterminer l'équation de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse -2.

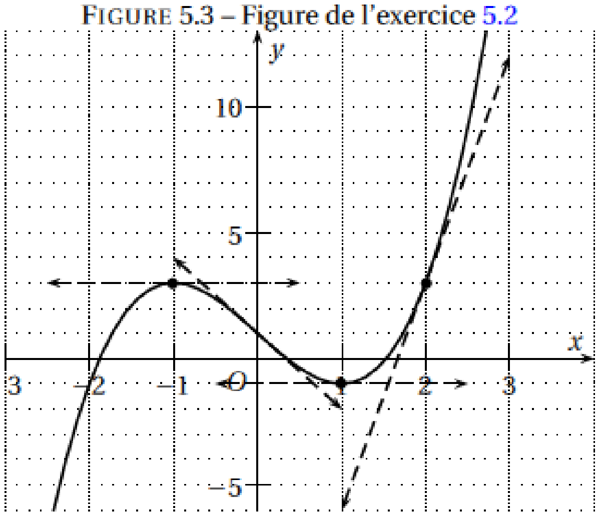
FIGURE 5.2 – Figure de l'exercice 5.1



EXERCICE 5.2.
La courbe $\mathscr{C}$ de la figure 5.3 de la présente page est la représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, dans un repère orthogonal.

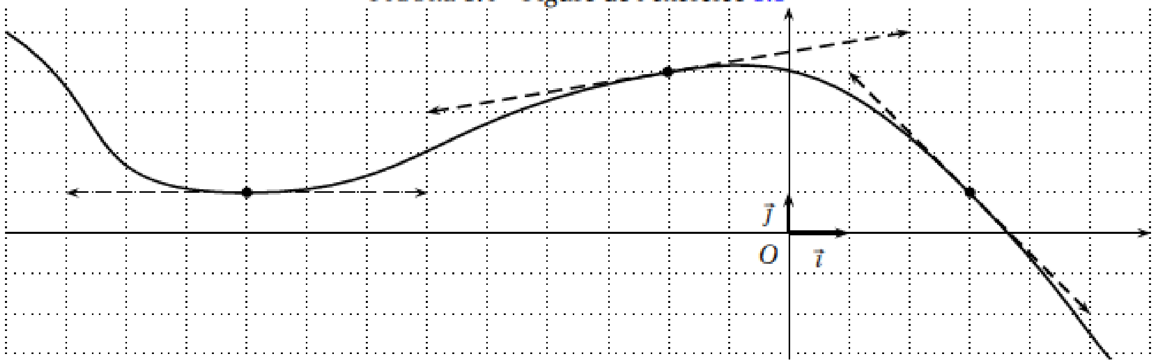
1. Déterminer graphiquement :
   (a) $f(0)$ et $f'(0)$;
   (b) $f(-1)$ et $f'(-1)$;
   (c) $f(2)$ et $f'(2)$;
   (d) L'équation de la tangente T_{-1} au point d'abscisse -1 ;
   (e) L'équation de la tangente T_0 au point d'abscisse 0.
2. La droite T tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse -2 et d'ordonnée -1 passe par le point A de coordonnées $(1\,;26)$
   (a) Déterminer par le calcul une équation de T.
   (b) En déduire $f'(-2)$.

FIGURE 5.3 – Figure de l'exercice 5.2



EXERCICE 5.3.
On donne sur la figure 5.4 de la présente page la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction définie f sur $\mathbb{R}$ ainsi que les tangentes à cette courbe en certains points.

FIGURE 5.4 – Figure de l'exercice 5.3



1. Donner par lecture graphique $f(3)$, $f(-2)$ et $f(-9)$.
2. Donner par lecture graphique $f'(3)$, $f'(-2)$ et $f'(-9)$.
3. Déterminer l'équation réduite de T, la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 3.

5.4.2 Tracés

EXERCICE 5.4.
Tracer une courbe $\mathscr{C}$ représentant une fonction f définie sur l'intervalle $[-3;3]$ ayant les propriétés suivantes :

- f est décroissante sur $[-3;0]$;
- $f(0) = -2$ et $f'(0) = 0$;
- f est paire ;
- $f(3) = 9$.

EXERCICE 5.5.
Tracer une courbe $\mathscr{C}$ représentant une fonction f définie sur l'intervalle $[0;9]$ ayant les popriétés suivantes :

- $f(0) = 0$;
- $f(1) = 3$ et $f'(1) = 2$;
- $f(3) = 6$ et $f'(3) = 1$;
- $f(5) = 7$ et $f'(5) = 0$;
- $f(6) = 6$ et $f'(6) = -4$.

EXERCICE 5.6.
Tracer une courbe $\mathscr{C}$ représentant une fonction f définie sur l'intervalle $[0;5]$ ayant les popriétés suivantes :

- $f(0) = 1$;
- f est décroissante sur l'intervalle $[0;2]$;
- f admet en 2 un minimum égal à -3 ;
- $f(3) = -1$ et $f(5) = -1$;
- $f'(2) = 0$, $f'(3) = 1$ et $f'(5) = -1$;
- pour tout $x \in [2;5]$, $f(x) < 0$.

5.4.3 Nombres dérivés

EXERCICE 5.7.
Dans chacun des cas suivants, on admettra que la fonction est dérivable et on déterminera par le calcul son nombre dérivé.

1. $f(x) = 3x + 7$ en -2.
2. $f(x) = x^2 - 2x$ en 3.
3. $f(x) = x^2 + 2x - 1$ en -1.
4. $f(x) = 2x^2 - x + 1$ en 4.
5. $f(x) = x^3 + 2x - 1$ en 1.
6. $f(x) = \frac{1}{x}$ en 1.
7. $f(x) = \sqrt{x}$ en 2.

EXERCICE 5.8.
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 2x + 3$. On appelle $\mathscr{C}$ sa courbe représentative.

1. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathscr{C}$ avec les axes de coordonnées.
2. Déterminer les nombres dérivés de f là où $\mathscr{C}$ coupe les axes.
3. Déterminer $f'(1)$.
4. Tracer dans un repère les tangentes à la courbe qu'on peut déduire des questions précédentes.
5. Tracer $\mathscr{C}$ dans ce même repère.