Ex 1 : Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$

On donne le graphique de f en ***annexe***

1) a) Calculer la dérivée $f'(x)$
   b) Étudier les variations de f
   c) Donner les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$
2) a) Calculer la dérivée seconde $f''(x)$
   b) Étudier la convexité de f
   c) La courbe C_f admet-elle un point d'inflexion ? Justifier

Ex 2 : Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=x^2e^{-x}$
On donne le graphique de g en ***annexe***

1) a) Calculer la dérivée $g'(x)$
   b) Étudier les variations de g
   c) Donner les limites de g en $-\infty$ et $+\infty$
2) a) Calculer la dérivée seconde $g''(x)$
   b) Étudier la convexité de g
   c) La courbe C_g admet-elle un point d'inflexion ? Justifier

Ex 3 : Soit la fonction f définie sur $[1;15]$ par $f(x)=2x^2-30x+200+\dfrac{50}{x}$

On donne le graphique de f en ***annexe***

1) Montrer que $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ où $g(x)=4x^3-30x^2-50$
2) a) Calculer la dérivée $g'(x)$
   b) Étudier les variations de g sur $[1;15]$
   c) Montrer que l'équation $g(x)=0$ possède une solution unique α sur $[1;15]$ et donner une valeur approchée de α à 0,01 près
   d) En déduire le tableau de variations de f

3) *Applications économiques*
   Le coût moyen de production d'une entreprise est donné par $f(x)$ où x est la quantité produite en tonnes, variant de 1 à 15 tonnes de production, et $f(x)$ est exprimée en milliers d'euros.
   a) Quelle doit être la production pour que le coût moyen ne dépasse pas la valeur de 135 000 € ?
   b) Déterminer la production rendant le coût moyen minimal et préciser la valeur de ce coût moyen

T ale option MC DM n°5 : Continuité & Convexité Déc 2020

Ex 1 : Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$

On donne le graphique de f en ***annexe***

1) a) Calculer la dérivée $f'(x)$
   b) Étudier les variations de f
   c) Donner les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$
2) a) Calculer la dérivée seconde $f''(x)$
   b) Étudier la convexité de f
   c) La courbe C_f admet-elle un point d'inflexion ? Justifier

Ex 2 : Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=x^2e^{-x}$
On donne le graphique de g en ***annexe***

1) a) Calculer la dérivée $g'(x)$
   b) Étudier les variations de g
   c) Donner les limites de g en $-\infty$ et $+\infty$
2) a) Calculer la dérivée seconde $g''(x)$
   b) Étudier la convexité de g
   c) La courbe C_g admet-elle un point d'inflexion ? Justifier

Ex 3 : Soit la fonction f définie sur $[1;15]$ par $f(x)=2x^2-30x+200+\dfrac{50}{x}$;

On donne le graphique de f en ***annexe***

1) Montrer que $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ où $g(x)=4x^3-30x^2-50$
2) a) Calculer la dérivée $g'(x)$
   b) Étudier les variations de g sur $[1;15]$
   c) Montrer que l'équation $g(x)=0$ possède une solution unique α sur $[1;15]$ et donner une valeur approchée de α à 0,01 près
   d) En déduire le tableau de variations de f

3) *Applications économiques*
   Le coût moyen de production d'une entreprise est donné par $f(x)$ où x est la quantité produite en tonnes, variant de 1 à 15 tonnes de production, et $f(x)$ est exprimée en milliers d'euros.
   a) Quelle doit être la production pour que le coût moyen ne dépasse pas la valeur de 135 000 € ?
   b) Déterminer la production rendant le coût moyen minimal et préciser la valeur de ce coût moyen