T T2 DM n° 7 - Fonctions fév 2021

Une entreprise fabrique des bouteilles en verre ; La production quotidienne, exprimée en tonnes, varie entre 0 et 11 tonnes ; Le coût de fabrication total de x tonnes de bouteilles, exprimé en milliers d'euros, est modélisé par la fonction C_T définie par $C_T(x)=0,5x^3-4x^2+20x+72$

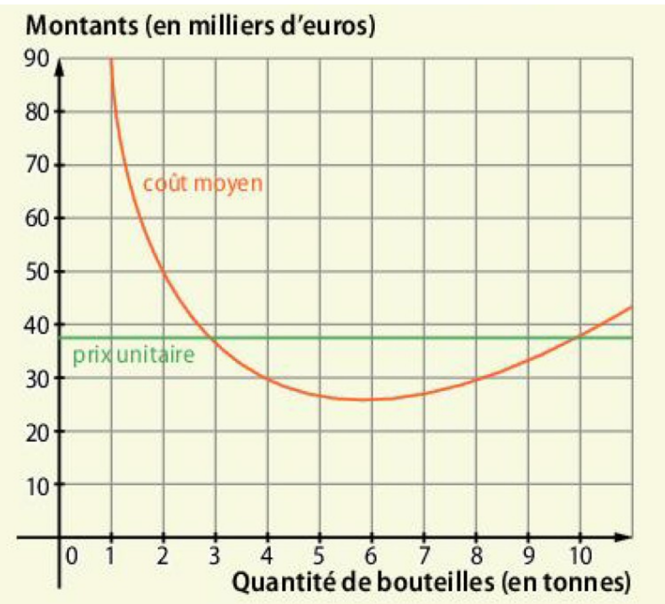
Partie A : Étude du coût moyen

Le coût moyen pour la production de x tonnes de bouteilles est défini sur $]0;11]$ par $C_M(x)=\dfrac{C_T(x)}{x}$

1) Déterminer l'expression de $C_M(x)$
2) a) Montrer que la dérivée de C_M est $C_M'(x)=\dfrac{(x-6)(x^2+2x+12)}{x^2}$
   b) Déterminer les racines de $C_M'(x)$
   c) Étudier le signe de l'expression $(x-6)(x^2+2x+12)$ à l'aide d'un tableau de signes
   d) Dresser le tableau de variation de la fonction C_M sur $]0;11]$
3) a) Déterminer la production de bouteilles rendant le coût moyen minimal
   b) Quel est alors ce coût moyen minimal ?

Partie B : Étude du bénéfice

L'entreprise vend ses bouteilles 37,5 milliers d'euros la tonne ; On donne ci-dessous les graphiques du coût moyen et du prix unitaire pour $x\in[0;11]$



1) Par lecture graphique déterminer les « *points morts* » de l'entreprise ainsi que « l*a plage des bénéfices* »
2) Montrer que le bénéfice réalisé par la production de x tonnes de bouteilles est donné par $B(x)=-0,5x^3+4x^2+17,5x-72$
3) a) Calculer la dérivée $B'(x)$
   b) Déterminer les racines de B'
   c) En déduire le tableau de variations de B
4) a) Pour quelle production de bouteilles le bénéfice est-il maximal ?
   b) Préciser alors ce bénéfice maximal

T T2 DM n° 7 - Fonctions fév 2021

Une entreprise fabrique des bouteilles en verre ; La production quotidienne, exprimée en tonnes, varie entre 0 et 11 tonnes ; Le coût de fabrication total de x tonnes de bouteilles, exprimé en milliers d'euros, est modélisé par la fonction C_T définie par $C_T(x)=0,5x^3-4x^2+20x+72$

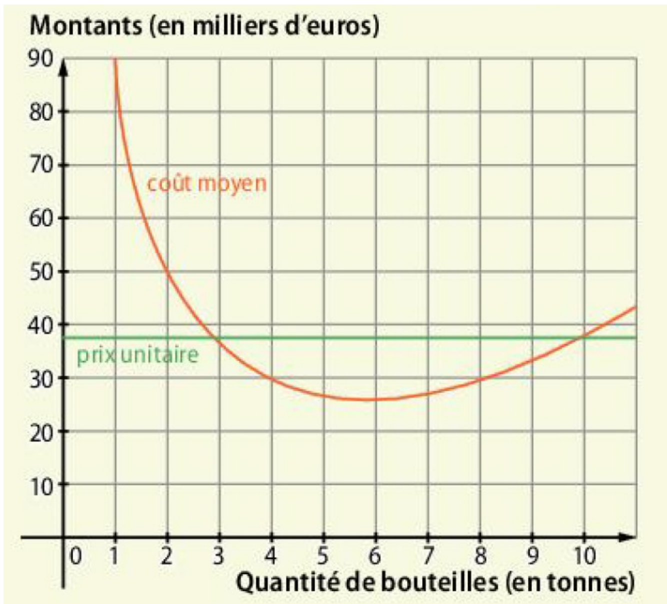
Partie A : Étude du coût moyen

Le coût moyen pour la production de x tonnes de bouteilles est défini sur $]0;11]$ par $C_M(x)=\dfrac{C_T(x)}{x}$

1) Déterminer l'expression de $C_M(x)$
2) a) Montrer que la dérivée de C_M est $C_M'(x)=\dfrac{(x-6)(x^2+2x+12)}{x^2}$
   b) Déterminer les racines de $C_M'(x)$
   c) Étudier le signe de l'expression $(x-6)(x^2+2x+12)$ à l'aide d'un tableau de signes
   d) Dresser le tableau de variation de la fonction C_M sur $]0;11]$
3) a) Déterminer la production de bouteilles rendant le coût moyen minimal
   b) Quel est alors ce coût moyen minimal ?

Partie B : Étude du bénéfice

L'entreprise vend ses bouteilles 37,5 milliers d'euros la tonne ; On donne ci-dessous les graphiques du coût moyen et du prix unitaire pour $x\in[0;11]$



1) Par lecture graphique déterminer les « *points morts* » de l'entreprise ainsi que « l*a plage des bénéfices* »
2) Montrer que le bénéfice réalisé par la production de x tonnes de bouteilles est donné par $B(x)=-0,5x^3+4x^2+17,5x-72$
3) a) Calculer la dérivée $B'(x)$
   b) Déterminer les racines de B'
   c) En déduire le tableau de variations de B
4) a) Pour quelle production de bouteilles le bénéfice est-il maximal ?
   b) Préciser alors ce bénéfice maximal