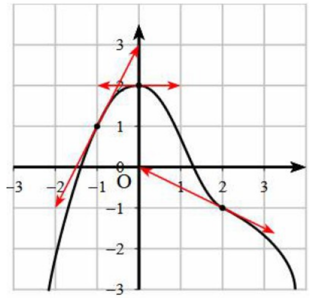
Tale option MC **DNS n°3 – Fonctions - *Correction*** **Oct 2020**

Ex 1 : (*) - 2 pts

on obtient graphiquement :

$f'(-1)=2$; $f'(0)=0$; $f'(2)=-0{,}5$



les racines de f sont (environ) :

$x_1=-1{,}4$ et $x_2=1{,}4$

Le tableau de variation de f est :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
signe de f'		$+$	0	$-$	
f	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

La fonction f admet :

- 1 maximum local en $x=0$
- 1 maximum global en $x=0$
- aucun minimum local ni global

Ex 2 : (**) - 4 pts

a) $f(x)=(2x^2-1)^2$ f est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$

on a $(u^n)'=n\times u'\times u^{n-1}$

donc $f'(x)=2\times(4x)\times(2x^2-1)=(8x)(2x^2-1)$

b) $f(x)=\dfrac{1-2x}{x-2}$ f est définie et dérivable sur $\mathbb{R}\backslash\{2\}$

on pose $u(x)=1-2x\,;v(x)=x-2$

donc $u'(x)=-2$; $v'(x)=1$

ainsi $f'(x)=\dfrac{u'\times-u\times v'}{v^2}=\dfrac{(-2)(x-2)-(1-2x)}{(x-2)^2}$

donc $f'(x)=\dfrac{-2x+4-1+2x}{(x-2)^2}=\dfrac{3}{(x-2)^2}$

c) $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x^2-1}$ f est définie et dérivable sur $\mathbb{R}\backslash\{-1;1\}$

on pose $u(x)=x^2+1$; $v(x)=x^2-1$

donc $u'(x)=2x\,;v'(x)=2x$

ainsi $f'(x)=\dfrac{u'\times-u\times v'}{v^2}=\dfrac{2x(x^2-1)-2x(x^2+1)}{(x^2-1)^2}$

donc $f'(x)=\dfrac{2x^3-2x-2x^3-2x}{(x-2)^2}=\dfrac{-4x}{(x^2-1)^2}$

d) $f(x)=\sqrt{4x^2-8x}$ f est définie sur $]-\infty\,;0]\cup[2\,;+\infty[$

et dérivable sur $]-\infty\,;0[\cup]2\,;+\infty[$

on a $(\sqrt{u})'=\dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$ donc $f'(x)=\dfrac{8x-8}{2\sqrt{4x^2-8x}}=\dfrac{4x-4}{\sqrt{4x^2-8x}}$

Ex 3 : (**) - 4 pts

Étudier globalement les 2 fonctions f et g :

$f(x)=4x^3-9x^2+6x+1$ avec $D_f=[-1\,;2]$

dérivée de f : $f'(x)=12x^2-18x+6$

recherche des *extrema* locaux : $f'(x)=0$ donne $2x^2-3x+1=0$

$\Delta=1>0$; $x_1=0{,}5$; $x_2=1$

le signe du trinôme $2x^2-3x+1$ est du « signe de a » à l'extérieur des racines donc on déduit le tableau de variations suivant :

x	-1		0,5		1		2
signe de f'		$+$	0	$-$	0	$+$	
f	-18	$\nearrow$	2,25	$\searrow$	2	$\nearrow$	9

→ voir le graphique de f complété à la fin du corrigé

$g(x)=\dfrac{1-x^2}{x^2+1}$ avec $D_g=[-2\,;2]$

on pose $u(x)=1-x^2$; $v(x)=x^2+1$ donc $u'(x)=-2x\,;v'(x)=2x$

dérivée de g : $g'(x)=\dfrac{u'\times-u\times v'}{v^2}=\dfrac{-2x(x^2+1)-2x(1-x^2)}{(x^2+1)^2}$

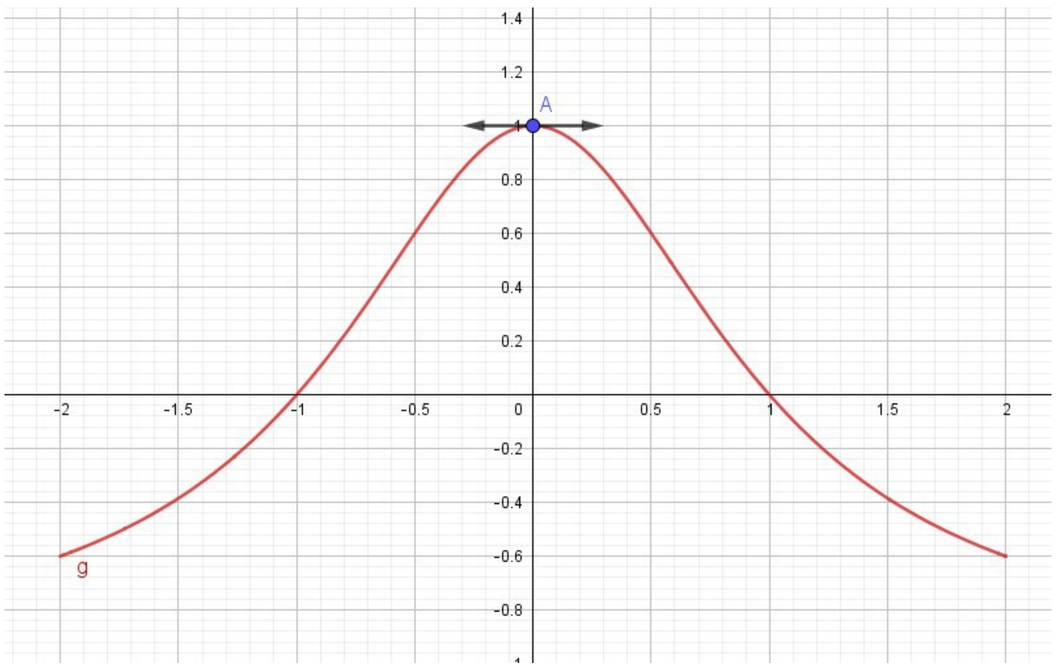
$$f'(x)=\frac{-2x^3-2x-2x+2x^3}{(x^2+1)^2}=\frac{-4x}{(x^2+1)^2}$$

recherche des *extrema* locaux : $f'(x)=0$ donne $-4x=0$ soit $x=0$
(on remarque que $\forall x\in\mathbb{R}$: $(x^2+1)^2\neq 0$)

le signe du binôme $-4x$ est du « signe de a » à droite de la racine
donc on déduit le tableau de variations suivant :

x	-2		0		2
signe de f'		$+$	0	$-$	
f	$-0{,}6$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-0{,}6$

→ graphique de g complété :



→ voir le graphique de f complété