

Exercice 1

Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 150$ et pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} = 0,8 \cdot u_n + 45$$

On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$v_n = u_n - 225$$

1. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique et préciser son premier terme et sa raison.

2. En déduire que pour tout entier naturel n :

$$u_n = 225 - 75 \times 0,8^n$$

Exercice 2

On considère la suite (u_n) définie pour $u_0 = 27\,500$ et pour tout entier naturel n , on a :

$$u_{n+1} = 1,04 \cdot u_n - 156$$

On cherche à calculer explicitement le terme général u_n en fonction de n . Pour cela, on note (v_n) la suite définie, pour tout entier naturel n , par :

$$v_n = u_n - 3\,900$$

1. Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

2. En déduire que, pour tout entier naturel n :

$$u_n = 23\,600 \times 1,04^n + 3\,900$$

Exercice 3*

Un plan de réduction des émissions de gaz à effet de serre (GES) a été mis en place dans une zone industrielle. On estime que, pour les entreprises déjà installés sur le site, les mesures de ce plan conduisent à une réduction des émissions de 2% d'une année sur l'autre et que, chaque année, les implantations de nouvelles entreprises sur le site génèrent 200 tonnes de GES en équivalent CO₂.

En 2005, cette zone industrielle a émis 41 milliers de tonnes de CO₂ au total.

Pour tout entier naturel n , on note u_n le nombre de milliers de tonnes de CO₂ émis dans cette zone industrielle au cours de l'année 2005+n.

1. Déterminer u_0 et u_1 .

2. Montrer que, pour tout entier naturel n , on a :

$$u_{n+1} = 0,98 \times u_n + 0,2$$

3. On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n , par : $v_n = u_n - 10$

a. Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,98. Préciser son premier terme.

b. Exprimer v_n en fonction de n , pour tout entier naturel n .

c. En déduire que, pour tout entier naturel n :

$$u_n = 31 \times (0,98)^n + 10$$

Exercice 4

Un loueur de voitures dispose au 1^{er} mars 2015 d'un total de 10 000 voitures pour l'Europe.

Afin d'entretenir son parc, il décide de revendre, au 1^{er} mars de chaque année, 25% de son parc automobile et d'acheter

3 000 voitures neuves.

On modélise le nombre de voitures de l'agence à l'aide d'une suite :

Pour tout entier naturel n , on note u_n le nombre de voitures présentes dans le parc automobile au 1^{er} mars de l'année 2015+n.

On a donc : $u_0 = 10\,000$

1. Expliquer pourquoi pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} = 0,75 \cdot u_n + 3000$$

2. Pour tout entier naturel n , on considère la suite (v_n) définie par :

$$v_n = u_n - 12\,000$$

a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,75. Préciser son premier terme.

b. Exprimer v_n en fonction de n . Déterminer la limite de la suite (v_n) .

c. Justifier que, pour tout entier naturel n :

$$u_n = 12\,000 - 2\,000 \times 0,75^n$$

d. En vous appuyant sur les réponses données aux deux questions précédentes, que pouvez-vous conjecturer sur le nombre de voitures que comptera le parc automobile de ce loueur au bout d'un grand nombre d'années?

Exercice 5

Un site internet propose à ses abonnés des films à télécharger.

En raison d'une offre de bienvenue, le nombre d'abonnés au lancement est 15 000. Sur la base des premiers mois, on estime que le nombre des clients abonnés au site évolue suivant la règle suivante :

chaque mois, 10% des clients se désabonnent et 2 500 nouveaux abonnés sont enregistrés.

On note v_n l'estimation du nombre d'abonnés n mois après l'ouverture, on a ainsi $v_0 = 15\,000$.

1. Justifier que, pour tout entier naturel n , on a :

$$v_{n+1} = 0,9 \times v_n + 2\,500$$

2. On considère la suite (w_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$w_n = v_n - 25\,000$$

a. Montrer que la suite (w_n) est géométrique de raison 0,9 et préciser son premier terme.

b. En déduire que, pour tout entier n :

$$v_n = 25\,000 - 10\,000 \times 0,9^n$$

c. Peut-on prévoir, à l'aide de ce modèle, une stabilisation du nombre d'abonnés sur le long terme? Justifier la réponse.