DS3 blanc -Terminale option maths complémentaire

Exercice 1

Déterminer les limites des suites (u_n) définies ci-dessous :

a. $n^3 \times 5^n$ b. $n - \left(\frac{2}{7}\right)^n$ c. $\left(\frac{1}{3}\right)^n - \left(\frac{3}{2}\right)^n$

d. $8^n - 3^n$ e. $\dfrac{5^n - 2^n}{3^n + 2^n}$ f. $\left(\frac{31}{7}\right)^n \cdot \left(\frac{2}{8}\right)^n$

Exercice 2

Déterminer les limites des suites $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ci-dessous définies explicitement :

a. $u_n = \dfrac{2n^2 - 3n + 1}{n+1}$ b. $u_n = \dfrac{n-3}{n^2+1}$

c. $u_n = \dfrac{2\sqrt{n}+1}{\sqrt{n}+1}$ d. $u_n = 1 + n - 2n^2 + 3n^3$

Exercice 3*

On souhaite étudier la suite (u_n) de premier terme $u_0 = 5$ définie par la relation de récurrence suivante :

$$u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 4 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

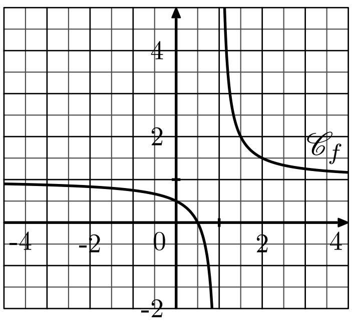
On définit la suite (v_n) par :

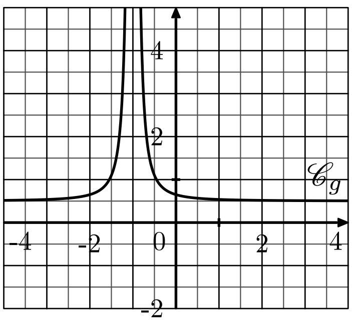
$$v_n = u_n - 6 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

1. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et sa raison.
2. Exprimer v_n en fonction du rang n.
3. En déduire l'expression de u_n en fonction de n.
4. En déduire la limite de la suite (u_n).

Exercice 4

On munit le plan d'un repère $(O;I;J)$ orthonormé dans lequel sont représentées les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ représentatives des fonctions f et g :





Graphiquement, donner, si possible, la valeur des limites suivantes :

a. $\lim\limits_{x\mapsto+\infty} f(x)$ b. $\lim\limits_{x\mapsto-\infty} f(x)$ c. $\lim\limits_{x\mapsto1^+} f(x)$

d. $\lim\limits_{x\mapsto-\infty} g(x)$ e. $\lim\limits_{x\mapsto+\infty} g(x)$ f. $\lim\limits_{x\mapsto-1^+} g(x)$

Exercice 5

On considère la fonction g définie par la relation :

$$g(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$$

On note $\mathscr{C}_g$ la courbe représentative de la fonction g.

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction g.
2. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_g$ au point d'abscisse $\dfrac{3}{2}$.

Exercice 6*

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 5}{\sqrt{x^2+1}}$$

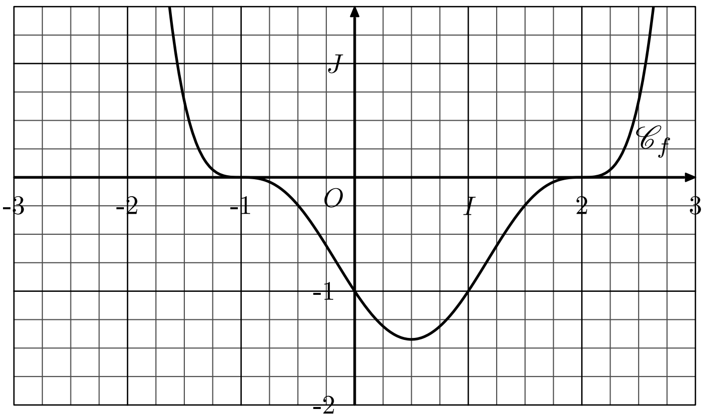
1. Etablir que la dérivée f' de la fonction f admet pour expression :
$$f'(x) = \frac{(x-1)(x^2+x-2)}{(x^2+1)\cdot\sqrt{x^2+1}}$$
2. Dresser le tableau de variations de la fonction f.
On admettra les deux limites :
$$\lim_{x\mapsto-\infty} f(x) = +\infty \quad ; \quad \lim_{x\mapsto+\infty} f(x) = +\infty$$

Exercice 7*

On considère la fonction f dont l'image d'un nombre $x \in \mathbb{R}$ est définie par la relation :

$$f(x) = \frac{1}{8}\cdot\left(x^2 - x - 2\right)^3$$

Ci-dessous, est donnée la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction f dans un repère $(O;I;J)$ orthonormé.



1. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
2. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.
(on utilisera la valeur approchée $f\left(\frac{1}{2}\right) \approx -1{,}4$)

Exercice 8

On considère la fonction f définie par :

$$f : x \longmapsto \sqrt{-2x^2 - x + 6}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.
2. Donner l'expression de la fonction dérivée de la fonction f.
3. Dresser le tableau de variations de la fonction *f*.

