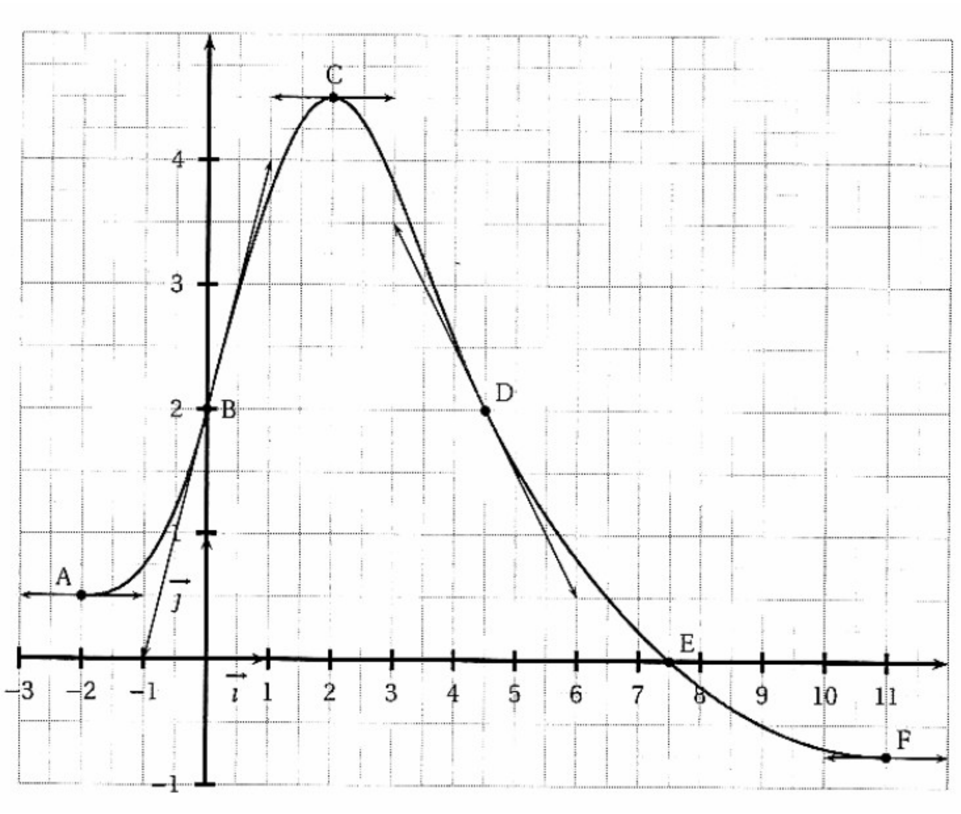
Ex 1 : (*)

On donne la fonction f définie par le graphique C_f ci-dessous :



1) Déterminer les équations des tangentes à C_f aux points A, B, C, D, F

2) a) Dresser le tableau de variations de f
   b) Dresser le tableau de signes de f
   c) Dresser le tableau de convexité de f

3) a) Déterminer les éventuels *extrema* de f
   b) Déterminer les éventuels points d'inflexions de C_f

4) Dresser le tableau de variations de f'

Ex 2 : (**)

Soit la fonction f définie sur $[-3\,;4]$ par : $f(x)=-2x^3+3x^2+12x-5$

1) a) Calculer la dérivée $f'(x)$
   b) Déterminer les racines de f' (justifier les calculs)
   c) En déduire le tableau de variations de f

2) a) Démontrer que l'équation $f(x)=5$ possède une solution unique α dans l'intervalle $[0\,;1]$
   b) Déterminer une valeur approchée de α à 0,01 près

3) a) Calculer la dérivée seconde $f''(x)$
   b) Déterminer les racines de f'' (aucune justification n'est demandée)
   c) En déduire le tableau de convexité de f
   d) Déterminer les coordonnées des éventuels points d'inflexions de C_f (justifier la réponse)

Ex 3 : (***)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{x^3}{x^2-2x+4}$

1) a) Vérifier que f est bien définie sur $\mathbb{R}$
   b) Montrer que la dérivée de f est $f'(x)=\dfrac{x^2(x^2-4x+12)}{(x^2-2x+4)^2}$
   c) Dresser le tableau de signes de $f'(x)$
   d) En déduire le tableau de variations de f
   e) Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$

2) On <u>admet</u> que $f''(x)=\dfrac{-48x^2+96x}{(x^2-2x+4)^3}$
   a) Étudier le signe de $-48x^2+96x$ sur $\mathbb{R}$
   b) En déduire le tableau de convexité de f
   c) La courbe C_f admet-elle des points d'inflexions ?

3) ***BONUS*** : Démontrer que $f''(x)=\dfrac{-48x^2+96x}{(x^2-2x+4)^3}$