Exercices libres - 2nde 9 - Calcul Algébrique

Correction 1

a. $3(5-2x)-2(3+2x)=(15-6x)-(6+4x)$
$\quad = 15-6x-6-4x=-10x+9$

b. $(x-2)\times 2-(2x+5)=2x-4-2x-5$
$\quad =-9$

c. $2x^2+5-(2x-5)=2x^2+5-2x+5$
$\quad =2x^2-2x+10$

d. $3x(x+2)-(-3x^2-4x)=(3x^2+6x)+3x^2+4x$
$\quad =3x^2+6x+3x^2+4x=6x^2+10x$

e. $5-(2x-4)-2x^2+x=5-2x+4-2x^2+x$
$\quad =-2x^2-x+9$

f. $2(3-x+2)-2x(3-2x)=2(5-x)-(6x-4x^2)$
$\quad =10-2x-6x+4x^2=4x^2-8x+10$

Correction 2

a. $(3x+2)(5x+4)=3x\times 5x+3x\times 4+2\times 5x+2\times 4$
$\quad =15x^2+12x+10x+8=15x^2+22x+8$

b. $(x-2)(2x+1)=x\times 2x+x\times 1+(-2)\times 2x+(-2)\times 1$
$\quad =2x^2+x-4x-2=2x^2-3x-2$

c. $(-2x+1)(x-1)$
$\quad =(-2x)\times x+(-2x)\times(-1)+1\times x+1\times(-1)$
$\quad =-2x^2+2x+x-1=-2x^2+3x-1$

d. $(5x-2)(-3-x)$
$\quad =5x\times(-3)+5x\times(-x)+(-2)\times(-3)+(-2)\times(-x)$
$\quad =-15x-5x^2+6+2x=-5x^2-13x+6$

Correction 3

Une video est accessible

a. $3x+5x=(3+5)x=8x$

b. $(2x+1)\times 2+(2x+1)\times 3=(2x+1)(2+3)=5(2x+1)$

c. $(2x+1)\times 2+(2x+1)\times x=(2x+1)(2+x)$

d. $(1-3x)(2+x)+(1-3x)(5-2x)$
$\quad =(1-3x)\,[(2+x)+(5-2x)]=(1-3x)(-x+7)$

e. $(2+3x)(x-1)-(x+1)(3x+2)$
$\quad =(3x+2)\,[(x-1)-(x+1)]=(3x+2)(-2)$
$\quad =-2(3x+2)$

f. $(x+1)^2+(x+1)(5x-4)$
$\quad =(x+1)\,[(x+1)+(5x-4)]=(x+1)(6x-3)$

Correction 4

1. a. $(3x+2)^2=(3x+2)(3x+2)=9x^2+6x+6x+4$
$\quad =9x^2+12x+4$

b. $(5-x)(5+x)+(x-1)^2$
$\quad =(25+5x-5x-x^2)+(x-1)(x-1)$
$\quad =(-x^2+25)+(x^2-x-x+1)=-2x+26$

2. a. On a la transformation :
$$9x^2-25=3^2\times x^2-5^2=\big(3x\big)^2-5^2$$
On a la factorisation :
$$=\big(3x+5\big)\big(3x-5\big)$$

b. L'expression proposée est une différence dont les deux termes sont des produits admettant le facteur $(x+1)$ en commun :
$$(x+1)(5-2x)-(x+1)^2$$
$$=(x+1)\big[(5-2x)-(x+1)\big]=(x+1)(4-3x)$$

Correction 5

1. $(E):(2x-1)^2-3(x+1)(2x-1)$
$\quad =(2x-1)\big[(2x-1)-3(x+1)\big]$
$\quad =(2x-1)\big(2x-1-3x-3\big)=(2x-1)(-x-4)$

2. $(E):(2x-1)^2-3(x+1)(2x-1)$
$\quad =(2x-1)(2x-1)-3\times\big(2x^2-x+2x-1\big)$
$\quad =(4x^2-2x-2x+1)-3\times\big(2x^2+x-1\big)$
$\quad =(4x^2-4x+1)-6x^2-3x+3$
$\quad =-2x^2-7x+4$

3. a. $(E):(2x-1)^2-3(x+1)(2x-1)=1^2-3\times 2\times 1=-5$

b. $(E):(2x-1)(-x-4)=1\times(-5)=-5$

c. $(E):-2x^2-7x+4=-2-7+4=-5$

4. Pour $x=\dfrac{1}{4}$:
$$(E):(2x-1)(-x-4)=\Big(2\times\frac{1}{4}-1\Big)\Big(-\frac{1}{4}-4\Big)$$
$$=\Big(\frac{2}{4}-\frac{4}{4}\Big)\Big(\frac{-1}{4}-\frac{16}{4}\Big)=\frac{-2}{4}\times\frac{-17}{4}=\frac{17}{8}$$

Question subsidiaire :

5. On a vu que : $(E)=(2x-1)(-x-4)$.
Pour que $(E)=0$, il faut alors quau moins l'un des facteurs soit nuls.
C'est à dire : $x=\dfrac{1}{2}\quad ;\quad x=-4$

Correction 6

Une video est accessible

1. On a :
$$A=(2x-1)^2=(2x-1)(2x-1)$$
$$=4x^2-2x-2x+1=4x^2-4x+1$$

2. On vient de montrer que $(2x-1)^2=4x^2-4x+1$.
On en déduit la factorisation suivante :
$$B=4x^2-4x+1=(2x-1)^2$$

3. Il sera plus facile d'évaluer l'expression B en $\dfrac{1}{2}$ à partir de son expression factorisée *(c'est à dire A)*.
$$B=(2x-1)^2=\Big(2\times\frac{1}{2}-1\Big)^2=0^2=0$$

Correction 7

1. Réponse 2 :
$$6-4(x-2)=6-4x+8=14-4x$$

2. Réponse 3 :
Le développement suivant confirme la factorisation :

$$\begin{aligned}(2x-3)^2 &= (2x-3)(2x-3)\\ &= 4x^2-6x-6x+9 = 4x^2-12x+9\end{aligned}$$

3. Réponse 1 :
En évaluant l'expression pour $x{=}-2$, on a :
$$\begin{aligned}5x^2+2x-3 &= 5\times(-2)^2+2\times(-2)-3\\ &= 20-4-3 = 13\end{aligned}$$

Correction 8

En fonction de x, voici l'expression du carré des trois longueurs du triangle :

- $AC^2 = (6x-3)^2 = (6x-3)(6x-3)$
  $= 36x^2-18x-18x+9 = 36x^2-36x+9$
- $AB^2 = (10x-5)^2 = (10x-5)(10x-5)$
  $= 100x^2-50x-50x+25 = 100x^2-100x+25$
- $BC^2 = (8x-4)^2 = (8x-4)(8x-4)$
  $= 64x^2-32x-32x+16 = 64x^2-64x+16$

On remarque alors l'égalité suivante :
$$\begin{aligned}AC^2+BC^2 &= \big(36x^2-36x+9\big)+\big(64x^2-64x+16\big)\\ &= 100x^2-100x+25 = AB^2\end{aligned}$$
Si un triangle vérifie l'égalité de Pythagore, alors ce triangle est rectangle.

On en déduit que le triangle ABC est rectangle en C.

Correction 9

Une video est accessible

J'adopterais les deux types de rédaction alternativement sur les questions de cet exercice :

a.
$$\begin{aligned}3x-5 &= 3+2x\\ 3x-5+5 &= 3+2x+5\\ 3x &= 2x+8\\ 3x-2x &= 2x+8-2x\\ x &= 8\end{aligned}$$
La solution de cette équation est le nombre 8

b.
$$\begin{aligned}2-x &= x+5\\ -x &= x+5-2\\ -x &= x+3\\ -x-x &= 3\\ -2x &= 3\end{aligned}\qquad\Bigg|\qquad\begin{aligned}x &= \frac{3}{-2}\\ x &= -\frac{3}{2}\end{aligned}$$
La solution de cette équation est le nombre $-\dfrac{3}{2}$.

c.
$$\begin{aligned}6x+7 &= x-13\\ 6x+7-7 &= x-13-7\\ 6x &= x-20\\ 6x-x &= x-20-x\end{aligned}\qquad\Bigg|\qquad\begin{aligned}5x &= -20\\ x &= \frac{-20}{5}\\ x &= -4\end{aligned}$$
La solution de cette équation est le nombre -4.

d.
$$\begin{aligned}1+x &= -2x+4\\ 1+x+2x &= -2x+4+2x\\ 1+3x &= 4\\ 1+3x-1 &= 4-1\end{aligned}\qquad\Bigg|\qquad\begin{aligned}3x &= 3\\ \frac{3x}{3} &= \frac{3}{3}\\ x &= 1\end{aligned}$$
La solution de cette équation est le nombre 1.

Correction 10

Une video est accessible

a.
$$\begin{aligned}2(x+5) &= 3(2x-2)\\ 2x+10 &= 6x-6\\ 2x &= 6x-6-10\\ 2x &= 6x-16\\ 2x-6x &= 6x-16-6x\\ -4x &= -16\\ x &= \frac{-16}{-4}\\ x &= 4\end{aligned}$$
Cette équation admet pour solution le nombre 4.

b.
$$\begin{aligned}2(x-2)-4(1-x) &= 4\\ 2x-4-4+4x &= 4\\ 6x-8 &= 4\\ 6x-8+8 &= 4+8\\ 6x &= 12\\ x &= \frac{12}{6}\\ x &= 2\end{aligned}$$
Cette équation admet pour solution le nombre 2.

c.
$$\begin{aligned}3(x-2)+4 &= 2-x\\ 3x-6+4 &= 2-x\\ 3x-2 &= 2-x\\ 3x-2+2 &= 2-x+2\\ 3x &= 4-x\\ 3x+x &= 4-x+x\\ 4x &= 4\\ x &= \frac{4}{4}\\ x &= 1\end{aligned}$$
Cette équation admet pour solution le nombre 1.

d.
$$\begin{aligned}5(x+1) &= 3(3-x)\\ 5x+5 &= 9-3x\\ 5x+5-5 &= 9-3x-5\\ 5x &= 4-3x\\ 5x+3x &= 4\\ 8x &= 4\\ x &= \frac{4}{8}\\ x &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$
Cette équation admet pour solution le nombre $\dfrac{1}{2}$.

Correction 11

Une video est accessible

a. Résolvons l'équation :
$$\begin{aligned}2\times(x+4)-3\times(4-x) &= 0\\ 2x+8-12+3x &= 0\\ 5x-4 &= 0\\ 5x &= 4\\ x &= \frac{4}{5}\end{aligned}$$
Cette équation a pour solution $\dfrac{4}{5}$.

b. Résolvons l'équation :

$$\begin{aligned}
(2x-1)(x+1)+(x-4)(3-2x) &= 5\\
2x^2+2x-x-1+3x-2x^2-12+8x &= 5\\
2x-x-1+3x-12+8x &= 5\\
12x-13 &= 5\\
12x &= 18\\
x &= \frac{18}{12}\\
x &= \frac{3}{2}
\end{aligned}$$

Cette équation a pour solution $\dfrac{3}{2}$.

c. Résolvons l'équation :

$$\begin{aligned}
(x+1)^2-(x-1)^2 &= 0\\
(x+1)(x+1)-(x-1)(x-1) &= 0\\
(x^2+x+x+1)-(x^2-x-x+1) &= 0\\
(x^2+2x+1)-(x^2-2x+1) &= 0\\
x^2+2x+1-x^2+2x-1 &= 0\\
4x &= 0\\
x &= 0
\end{aligned}$$

Cette équation a pour solution 0.

