T MC Introduction : Aires & calcul intégral – Correction 2021

Lectures graphiques :

Fig 1 : L'aire est $A_1=7\times4=28\,ua$

Fig 2 : L'aire est $A_2=\frac{1+4}{2}\times6=15\,ua$

Fig 3 : L'aire est : $A_3\simeq18\,ua$

Fig 4 : L'aire est : $A_4\simeq1{,}5\,ua$

Fig 5 : L'aire est : $A_5\simeq36\,ua$

Calculs algébriques :

Principe général : L'aire « sous la courbe C_f » correspond au calcul intégral suivant : $A=\int_a^b f(x).dx=[F(x)]_a^b=F(b)-F(a)$

où F est une primitive de f vérifiant $F'(x)=f(x)$

Fig 1 : $f(x)=4$ sur $[-4;3]$

donc $A_1=\int_{-3}^{4} 4.dx=[4x]_{-3}^{4}=16-(-12)=28\,ua$

Fig 2 : $f(x)=0{,}5x+2$ sur $[-2;4]$

donc $A_2=\int_{-2}^{4}(0{,}5x+2).dx=[0{,}25x^2+2x]_{-2}^{4}=12-(-3)=15\,ua$

Fig 3 : $f(x)=-0{,}5x^2+3x$ sur $[0;6]$

donc $A_3=\int_0^6(-0{,}5x^2+3x).dx=[\frac{-0{,}5}{3}x^3+1{,}5x^2]_0^6=18-0=18\,ua$

Principe général *: L'aire « entre 2 courbes C_f et C_g » correspond au calcul intégral suivant : $A=\int_a^b|f(x)-g(x)|.dx$ où |x| représente la valeur absolue de x*

Fig 4 : $f(x)=-0{,}5x^2+3x$ et $g(x)=0{,}5x+2$ sur $[1;4]$

donc $f(x)-g(x)=-0{,}5x^2+2{,}5x-2$

donc $A_4=\int_1^4(-0{,}5x^2+2{,}5x-2).dx=[\frac{-0{,}5}{3}x^3+1{,}25x^2-2x]_1^4=\frac{4}{3}-0=\frac{4}{3}ua$

Fig 5 : $f(x)=0{,}75x^2-3x+6$ et $g(x)=0$ sur $[0;6]$

donc $f(x)-g(x)=0{,}75x^2-3x+6$

donc $A_5=\int_0^6(0{,}75x^2-3x+6).dx=[0{,}25x^3-1{,}5x^2+6x]_0^6=36-0=36\,ua$