**Rappels de cours sur les racines carrées.**

**Définition.**
*a* étant un nombre positif ou nul, $\sqrt{a}$ est le nombre positif ou nul, qui élevé au carré donne *a*.
Ainsi $(\sqrt{a})^2 = a$ pour tout $a > 0$

**Règles de calculs :**

- $\sqrt{a}$ n'existe que si *a* est un nombre positif ou nul (voir définition).
- *a* étant un nombre positif, il existe deux nombres, $\sqrt{a}$ et – $\sqrt{a}$ qui élevés au carré donnent *a*.
- *a* et *b* étant des nombres positifs : $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ , $\sqrt{a^2 \times b} = a\sqrt{b}$ , $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$

**Exercice 1.**
Écrire les nombres sous la forme $a\sqrt{b}$ avec *a* et *b* entiers, *b* étant le plus petit possible.

Exemple : $\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

**a)** $\sqrt{27}$ ; $\sqrt{200}$ ; $\sqrt{20}$ ; $\sqrt{45}$ **b)** $\sqrt{98}$ ; $\sqrt{150}$

**Exercice 2.** Simplifier à l'aide des propriétés.

**a)** $2\sqrt{3} \times 6\sqrt{3}$ ; $\sqrt{5} \times 3\sqrt{5}$ ; $2\sqrt{5} \times 4\sqrt{15}$ ;

**b)** $\sqrt{5} \times 2\sqrt{45}$ ; $6\sqrt{12} \times \sqrt{3}$ ; $2\sqrt{6} \times \sqrt{42}$

**Exercice 3.** Simplifier à l'aide des propriétés.

**a)** $2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + \sqrt{3}$ ; $\sqrt{45} + 2\sqrt{5} - 3\sqrt{20}$ ;

**b)** $\dfrac{3\sqrt{20}}{\sqrt{10}}$ ; $\dfrac{3}{\sqrt{27}} \times \sqrt{75}$ ; $\dfrac{2\sqrt{10}}{\sqrt{5}} \times \dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{25}}$

**c)** $(2\sqrt{3})^2 - \left(\dfrac{3}{\sqrt{2}}\right)^2$

**Exercice 4.** Développer.

**a)** $(3 + \sqrt{2})^2$ ; $(\sqrt{5} - 1)^2$ ; $(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \times (\sqrt{3} + \sqrt{2})$ ; $(\sqrt{2} + 1) \times (\sqrt{2} - 1)$

**b)** $(2\sqrt{7} - \sqrt{11})^2$ ; $\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} - 1\right)^2$ ; $\left(\sqrt{\dfrac{2}{3}} + 5\right)^2$

**Exercice 5.** Écrire sans racines carrées au dénominateur, les nombres suivants.

Exemple : $A = \dfrac{2}{\sqrt{3}} = \dfrac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

$\dfrac{2}{\sqrt{2}}$ ; $\dfrac{3}{\sqrt{5}}$ ; $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{\sqrt{7}}}$ ; $\dfrac{3 + \sqrt{5}}{2\sqrt{3}}$ ; $\dfrac{2}{1 + \sqrt{2}}$ ; $\dfrac{3}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$

**Exercice 1.** Écrivons les nombres sous la forme $a\sqrt{b}$ avec $a$ et $b$ entiers, $b$ étant le plus petit possible.

Exemple. $\sqrt{8}=\sqrt{4\times 2}=\sqrt{4}\times\sqrt{2}=2\sqrt{2}$ .

**a.** $\sqrt{27}=\sqrt{9\times 3}=\sqrt{9}\times\sqrt{3}=3\sqrt{3}.$

$\sqrt{200}=\sqrt{100\times 2}=\sqrt{100}\times\sqrt{2}=10\sqrt{2}.$

$\sqrt{20}=\sqrt{4\times 5}=\sqrt{4}\times\sqrt{5}=2\sqrt{5}.$

$\sqrt{45}=\sqrt{9\times 5}=\sqrt{9}\times\sqrt{5}=3\sqrt{5}.$

**b.** $\sqrt{98}=\sqrt{49\times 2}=\sqrt{49}\times\sqrt{2}=7\sqrt{2}.$

$\sqrt{150}=\sqrt{25\times 6}=\sqrt{25}\times\sqrt{6}=5\sqrt{6}.$

**Exercice 2.**

**a.** $2\sqrt{3}\times 6\sqrt{3}=2\times 6\times\left(\sqrt{3}\right)^2=12\times 3=36.$

$\sqrt{5}\times 3\sqrt{5}=3\times\left(\sqrt{5}\right)^2=3\times 5=15.$

$2\sqrt{5}\times 4\sqrt{15}=2\times 4\times\sqrt{5}\times\sqrt{15}=8\sqrt{75}=8\sqrt{25}\sqrt{3}=8\times 5\sqrt{3}=40\sqrt{3}.$

**b.** $\sqrt{5}\times 2\sqrt{45}=\sqrt{5}\times 2\times\sqrt{9\times 5}=\sqrt{5}\times 2\times\sqrt{9}\times\sqrt{5}=2\times 3\times\left(\sqrt{5}\right)^2=6\times 5=30.$

$6\sqrt{12}\times\sqrt{3}=6\sqrt{4}\sqrt{3}\times\sqrt{3}=6\times 2\times\left(\sqrt{3}\right)^2=12\times 3=36.$

$2\sqrt{6}\times\sqrt{42}=2\sqrt{6}\times\sqrt{6}\times\sqrt{7}=2\times\left(\sqrt{6}\right)^2\times\sqrt{7}=2\times 6\times\sqrt{7}=12\sqrt{7}.$

**c.** $\left(2\sqrt{5}\right)^2=2^2\times\left(\sqrt{5}\right)^2=4\times 5=20.$

$\left(3\sqrt{2}\right)^2=3^2\times\left(\sqrt{2}\right)^2=9\times 2=18.$

**Exercice 3.**

**a.** $2\sqrt{3}-5\sqrt{3}+\sqrt{3}=2\sqrt{3}-5\sqrt{3}+1\sqrt{3}=(2-5+1)\sqrt{3}=-2\sqrt{3}.$

$\sqrt{45}+2\sqrt{5}-3\sqrt{20}=\sqrt{9\times 5}+2\sqrt{5}-3\sqrt{4\times 5}=3\sqrt{5}+2\sqrt{5}-6\sqrt{5}=-\sqrt{5}$ .

**b.** $\dfrac{3\sqrt{20}}{\sqrt{10}}=\dfrac{3\sqrt{10}\sqrt{2}}{\sqrt{10}}=3\sqrt{2}$ .

$\dfrac{3}{\sqrt{27}}\times\sqrt{75}=\dfrac{3\sqrt{25}\sqrt{3}}{\sqrt{9}\sqrt{3}}=\dfrac{3\times 5}{3}=5.$

$\dfrac{2\sqrt{10}}{\sqrt{5}}\times\dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{25}}=\dfrac{2\sqrt{5}\sqrt{2}\times 3\sqrt{2}}{\sqrt{5}\times 5}=\dfrac{2\times 3\times\left(\sqrt{2}\right)^2}{5}=\dfrac{6\times 2}{5}=\dfrac{12}{5}.$

**c.** $\left(2\sqrt{3}\right)^2-\left(\dfrac{3}{\sqrt{2}}\right)^2=2^2\times\left(\sqrt{3}\right)^2-\dfrac{3^2}{\left(\sqrt{2}\right)^2}=4\times 3-\dfrac{9}{2}=12-\dfrac{9}{2}=\dfrac{24}{2}-\dfrac{9}{2}=\dfrac{15}{2}.$

**Exercice 4.** Développons.

**a.** $\left(3+\sqrt{2}\right)^2=3^2+2\times 3\times\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}\right)^2=9+6\sqrt{2}+2=11+6\sqrt{2}.$

$\left(\sqrt{5}-1\right)^2=\left(\sqrt{5}\right)^2-2\times\sqrt{5}\times 1+1^2=5-2\sqrt{5}+1=6-2\sqrt{5}.$

$\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2=\left(\sqrt{2}\right)^2+2\sqrt{2}\sqrt{3}+\left(\sqrt{3}\right)^2=2+2\sqrt{6}+3=5+2\sqrt{6}.$

$\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)=\left(\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2=3-2=1.$

$\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)=\left(\sqrt{2}\right)^2-1^2=2-1=1.$

**b.** $\left(2\sqrt{7}-\sqrt{11}\right)^2=\left(2\sqrt{7}\right)^2-2\times 2\times\sqrt{7}\times\sqrt{11}+\left(\sqrt{11}\right)^2=4\times 7-4\sqrt{77}+11=39-4\sqrt{77}.$

$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-1\right)^2=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2-2\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\times 1+1^2=\frac{3}{4}-\sqrt{3}+1=\frac{3}{4}+\frac{4}{4}-\sqrt{3}=\frac{7}{4}-\sqrt{3}.$

$\left(\sqrt{\frac{2}{3}}+5\right)^2=\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2+2\times\sqrt{\frac{2}{3}}\times 5+5^2=\frac{2}{3}+10\sqrt{\frac{2}{3}}+25=\frac{2}{3}+\frac{75}{3}+\sqrt{\frac{2}{3}}=\frac{77}{3}+10\sqrt{\frac{2}{3}}.$

**Exercice 5.** Écrivons sans racines carrées au dénominateur, les nombres suivants.

Exemple. $A=\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}.$

$$\frac{2}{\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}}{\left(\sqrt{2}\right)^2}=\frac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}.$$

$$\frac{3}{\sqrt{5}}=\frac{3\sqrt{5}}{\left(\sqrt{5}\right)^2}=\frac{3\sqrt{5}}{5}.$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{2}\sqrt{7}}{\left(\sqrt{7}\right)^2}=\frac{\sqrt{14}}{7}.$$

$$\frac{3+\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}=\frac{\left(3+\sqrt{5}\right)\sqrt{3}}{2\left(\sqrt{3}\right)^2}=\frac{\left(3+\sqrt{5}\right)\sqrt{3}}{2\times 3}=\frac{\left(3+\sqrt{5}\right)\sqrt{3}}{6}.$$

$$\frac{2}{1+\sqrt{2}}=\frac{2\left(1-\sqrt{2}\right)}{\left(1+\sqrt{2}\right)\left(1-\sqrt{2}\right)}=\frac{2\left(1-\sqrt{2}\right)}{1^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}=\frac{2\left(1-\sqrt{2}\right)}{1-2}=\frac{2\left(1-\sqrt{2}\right)}{-1}=\frac{2\left(\sqrt{2}-1\right)}{1}=2\left(\sqrt{2}-1\right).$$

$$\frac{3}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\frac{3\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}=\frac{3\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}=\frac{3\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}{3-2}=3\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right).$$