Intervalles et inégalités

⚠ Pour tous les exercices concernant les intervalles de $\mathbb{R}$: **faire un schéma à main levée qu'il soit exigé ou pas** !!Dans toutes nos corrections, nous ferons donc les graphiques, même si l'énoncé ne nous le demande pas.

1) Traduire en termes d'inégalités l'appartenance à un intervalle

Traduire en termes d'inégalités l'appartenance aux intervalles suivants :

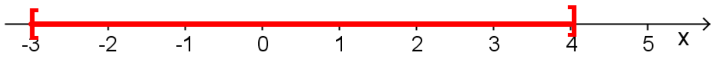
a) $x \in [-3\,;4]$

Méthode / Explications :

L'intervalle [-3 ; 4] contient tous les nombres réels compris entre -3 et 4 et l'intervalle étant fermé en -3 et 4 cela veut dire qu'il contient aussi -3 et 4.

Réponse :

La solution est donc -3 $\leq x \leq$ 4



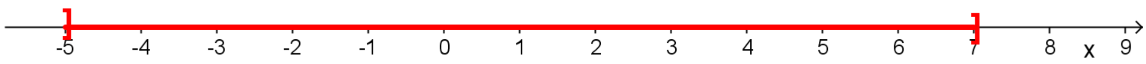
b) $x \in\,]-5\,;7\,]$

Méthode / Explications :

L'intervalle est ouvert en -5 mais fermé en 7, cela veut dire qu'il contient 7 mais pas -5.En revanche, il contient des nombres arbitrairement proches de -5, supérieurs à -5. Par exemple -4,967 et -4,99798 et bien d'autres !

Réponse :

La solution est donc -5 $< x \leq$ 7



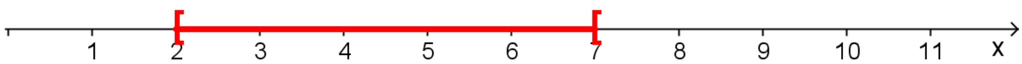
c) $x \in [\,2\,;7\,[$

Méthode / Explications :

L'intervalle est fermé en 2 mais ouvert en 7, cela veut dire qu'il contient 2 mais pas 7 En revanche, il contient des nombres arbitrairement proches de -7, inférieurs à 7. Par exemple 6,9969, 6,9969 et 6,9999989 et bien d'autres !

Réponse :

La solution est donc 2 $\leq x <$ 7



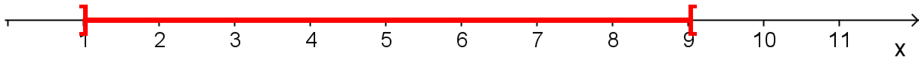
d) $x \in]1\,;9[$

Méthode / Explications :

L'intervalle est ouvert en 1 et en 9, cela veut dire qu'il ne contient ni 1, ni 9.

Réponse :

La solution est donc 1 $< x <$ 9



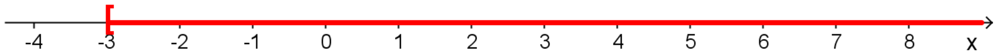
e) $x \in [-3\,;+\infty[$

Méthode / Explications :

L'intervalle contient tous les nombres supérieur à -3
L'intervalle est fermé en -3 et ouvert en +∞.

Réponse :

La solution est donc $x \geq$ -3



f) $x \in]9\,;+\infty[$

Méthode / Explications :

L'intervalle est ouvert en 9, il ne contient pas 9 et ouvert en +∞.

Réponse :

La solution est donc $x >$ 9

g) $x \in]-\infty\,;+9]$

Méthode / Explications :

L'intervalle est fermé en 9, il contient 9 et ouvert en -∞

Réponse :

La solution est donc $x \leq$ 9

h) $x \in]-\infty\,;2[$

Méthode / Explications :

L'intervalle est ouvert en 2, il ne contient pas 2 et ouvert en -∞.

Réponse :

La solution est donc $x <$ 2

2) Traduire en termes d'intervalles des inégalités

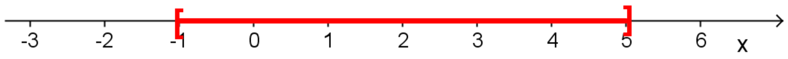
Traduire en termes d'intervalles les inégalités suivantes:

a) $-1 \leq x \leq 5$

Méthode / Explications :
On prend tout nombre supérieur ou égal à -1 et inférieur ou égal à 5.
Comme x peut prendre ces deux valeurs, l'intervalle est fermé en -1 et 5 .

Réponse :

L'intervalle est donc [-1 ; 5]

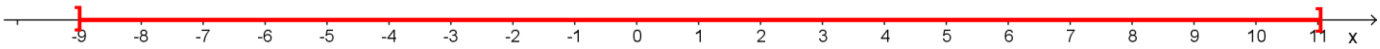


b) $-9 < x \leq 11$

Méthode / Explications :
On prend tout nombre strictement supérieur à -9 et inférieur ou égal à 11.
Comme x peut prendre la valeur 11 mais pas -9, l'intervalle est fermé en 11 et ouvert en -9 .

Réponse :

L'intervalle est donc]-9 ; 11]



c) $-2 \leq x < 4$

Méthode / Explications :
On prend tout nombre supérieur ou égal à -2 et strictement inférieur à 4.
Comme x peut prendre la valeur -2 mais pas 4, l'intervalle est fermé en -2 et ouvert en 4 .

Réponse :

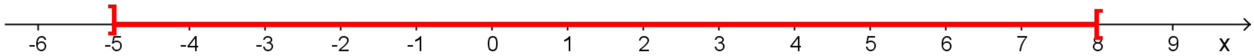
L'intervalle est donc [-2 ; 4 [

d) $-5 < x < 8$

Méthode / Explications :
On prend tout nombre strictement supérieur à -5 et strictement à inférieur à 8 .Comme x ne peut prendre la valeur -5 ni la valeur 8, l'intervalle est ouvert en -5 et en 8 .

Réponse :

L'intervalle est donc]-5 ; 8 [

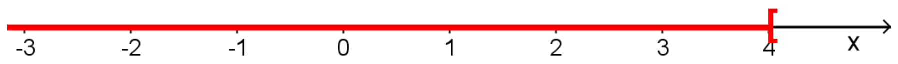


e) $x < 4$

Méthode / Explications :
On prend tout nombre strictement inférieur à 4 .Comme x ne peut prendre cette valeur , l'intervalle est ouvert en 4.

Réponse :

L'intervalle est donc]-∞ ; 4 [

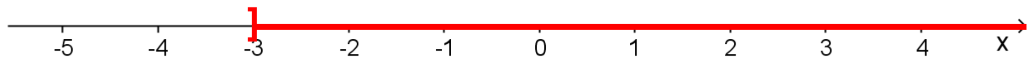


f) $x >$ **-3**

Méthode / Explications :
On prend tout nombre strictement supérieur à -3 .Comme x ne peut prendre cette valeur , l'intervalle est ouvert en -3.

Réponse :

L'intervalle est donc]- 3; $+\infty$ [

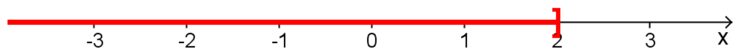


g) $x \leq 2$

Méthode / Explications :
On prend tout nombre inférieur ou égal à 2 .Comme x peut prendre cette valeur , l'intervalle est fermé en 2.

Réponse :

L'intervalle est donc]-∞ ; 2]



h) $x \geq 5$

Méthode / Explications :
On prend tout nombre supérieur ou égal à 5 .Comme x peut prendre cette valeur , l'intervalle est fermé en 5

Réponse :

L'intervalle est donc [5; $+\infty$ [