TD1 - Suites Numériques - TGA - Maths complémentaires

Exercice 1

Compléter les suites logiques de nombres pour obtenir les 8 premiers termes de chacune d'elles :

a. 4 - 7 - 10 - 13 - ...

b. 3 - 6 - 12 - 24 - ...

c. 20 - 19 - 17 - 14 - ...

d. 5 - 7 - 11 - 17 - ...

e. 1 - 4 - 9 - 16 - ...

Exercice 2*

1. Pour chaque suite, déterminer la formule explicite définissant les termes de la suite en foncion de n :

   a. $(2\ ,4\ ,6\ ,8\ ,10\ ,\ \dots)$

   b. $(3\ ,7\ ,11\ ,15\ ,19\ ,\ \dots)$

   c. $(-1\ ,2\ ,-4\ ,8\ ,-16\ ,32\ ,\ \dots)$

   d. $(1\ ,3\ ,\sqrt{17}\ ,5\ ,\sqrt{33}\ ,\sqrt{41}\ ,\ \dots)$

   e. $\left(2\ ,\frac{3}{2}\ ,\frac{4}{3}\ ,\frac{5}{4}\ ,\ \dots\right)$

2. Pour chaque suite, déterminer la formule de récurrence reliant un terme à son prédécesseur.

   a. $(2\ ,5\ ,8\ ,11\ ,14\ ,\ \dots)$

   b. $(2\ ,6\ ,18\ ,54\ ,162\ ,\ \dots)$

   c. $(6\ ,-6\ ,6\ ,-6\ ,6\ ,-6\ ,\ \dots)$

   d. $(1\ ,3\ ,7\ ,15\ ,31\ ,\ \dots)$

Exercice 3

Pour chacune des questions, la suite $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$, dont est donnée deux termes, est une suite arithmétique.
Déterminer la valeur de son premier terme et de sa raison :

a. $w_0 = 5\ ;\ w_9 = 25$

b. $w_6 = 7\ ;\ w_8 = 1$

c. $w_{15} = 54\ ;\ w_{99} = 180$

Exercice 4

Pour chaque question, la suite $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ représente une suite géométrique dont deux termes sont données.
Déterminer le premier terme et la raison de ces suivantes.

a. $w_0 = 5\ ;\ w_3 = 40$

b. $w_3 = \frac{3}{8}\ ;\ w_6 = -\frac{3}{64}$

c. $w_{124} = 2\times10^{-4}\ ;\ w_{128} = \frac{1}{8}$

Exercice 5

1. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique dont on connait deux termes :
   $u_4 = 12 \quad ; \quad u_{22} = -24$

   Donner, en justifiant votre démarche, les éléments caractéristiques de cette suite.

2. Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite géométrique dont on connait deux termes :
   $v_4 = 8 \quad ; \quad v_7 = \frac{64}{27}$

   Donner, en justifiant votre démarche, les éléments caractéristiques de cette suite.

Exercice 6

1. On considère la suite (u_n) définie par :
   $u_n = n^2 + n + 2$ pour tout entier $n \in \mathbb{N}$

   Etablir que la suite (u_n) n'est pas une suite géométrique.

2. On considère la suite (v_n) définie par :
   $v_n = \frac{1}{n^2+2}$ pour tout entier $n \in \mathbb{N}$

   Etablir que la suite (v_n) n'est pas une suite arithmétique.

Exercice 7

Dans chaque cas, déterminer les quatre premiers termes de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$:

a. $u_n = \frac{2n^2+n+5}{n+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

b. $u_0 = 2 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{1}{2}\cdot u_n + 3$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

c. $u_0 = -1 \quad ; \quad u_{n+1} = u_n + n - 2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

d. $u_0 = 2\ ;\ u_1 = 3\ ;\ u_{n+1} = u_n + 2\cdot u_{n-1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$

Exercice 8

On considère la suite (u_n) arithmétique de premier terme u_0 et de raison r. On note S la somme des $n{+}1$ premiers termes de la suite (u_n). On a :

$$S = u_0 + u_1 + \cdots + u_n = \frac{(n+1)(u_0+u_n)}{2}$$

1. On considère la suite (u_n) arithmétique de premier terme 2 et de raison 2. Déterminer la somme S des 100 premiers termes de la suite (u_n).

2. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier n naturel par :
   $v_n = 4 + 3\cdot n$
   Déterminer la somme S' des 20 premiers termes de la suite (v_n).

Exercice 9

On considère la suite (u_n) géométrique de premier terme u_0 et de raison q. On note S la somme des $n{+}1$ premiers termes de la suite (u_n). On a :

$$S = u_0 + u_1 + \cdots + u_n = u_0\cdot\frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

1. On considère la suite (u_n) géométrique de premier terme 2 et de raison 2. Déterminer la somme S des 100 premiers termes de la suite (u_n).

2. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier n naturel par :
   $v_n = \frac{5}{2^n}$
   Déterminer la somme S' des 20 premiers termes de la suite (v_n).

suite (v_n).