Correction 1

a.	4	7	10	13	16	19	22	25
b.	3	6	12	24	48	96	192	384
c.	20	19	17	14	10	5	-1	-8
d.	5	7	11	17	25	35	47	61
e.	1	4	9	16	25	36	49	64

Correction 2

1. a. Les premiers termes de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sont définies par la formule explicite :
$u_n = 2\cdot n+2$ pour tout $n\in\mathbb{N}$
a ses premiers termes définissant la suite suivante :
$(2\ ,\ 4\ ,\ 6\ ,\ 8\ ,\ 10\ ,\ \dots)$

b. La suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est définie par :
$v_n = 4\cdot n+3$ pour tout $n\in\mathbb{N}$
Et ses premiers termes égaux à :
$(3\ ,\ 7\ ,\ 11\ ,\ 15\ ,\ 19\ ,\ \dots)$

c. La suite $(-1\ ,\ 2\ ,\ -4\ ,\ 8\ ,\ 16\ ,\ -32\ ,\ \dots)$ est définie par la relation :
$w_n = (-1)^{n+1}\cdot 2^n$ pour tout $n\in\mathbb{N}$.

d. La formule explicite $a_n=\sqrt{1+8\cdot n}$ permet de définir, pour tout $n\in\mathbb{N}$, la suite $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ dont les premiers termes sont :
$(1\ ,\ 3\ ,\ \sqrt{17}\ ,\ 5\ ,\ \sqrt{33}\ ,\ \sqrt{41}\ ,\ \dots)$

e. La suite $\left(2\ ,\ \frac{3}{2}\ ,\ \frac{4}{3}\ ,\ \frac{5}{4}\ ,\ \dots\right)$ sont les premiers termes de la suite $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la formule explicite :
$b_n = \dfrac{n+2}{n+1}$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

2. a. La suite $\big(2\ ,\ 5\ ,\ 8\ ,\ 11\ ,\ 14\ ,\ \dots\big)$ représente les premiers termes de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation de récurrence :
$u_0 = 2\quad ;\quad u_{n+1} = u_n+3$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

b. La suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation de récurrence :
$v_0 = 2\quad ;\quad v_{n+1} = 3\cdot v_n$ pour tout $n\in\mathbb{N}$
a ses premiers termes définissant la liste suivante :
$(2\ ,\ 6\ ,\ 18\ ,\ 54\ ,\ 162\ ,\ \dots)$

c. La suite $(6\ ,\ -6\ ,\ 6\ ,\ -6\ ,\ 6\ ,\ -6\ ,\ \dots)$ représente les premiers termes de la suites $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation de récurrence :
$w_0 = 6\quad ;\quad w_{n+1} = (-1)^n\cdot w_n$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

d. Les premiers termes de la suite $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation de récurrence :
$a_0 = 1\quad ;\quad a_{n+1} = 2\cdot a_n+1$ pour tout $n\in\mathbb{N}$
sont :
$(1\ ,\ 3\ ,\ 7\ ,\ 15\ ,\ 31\ ,\ \dots)$

Correction 3

a. Puisque (w_n) est une suite arithmétique, on a :

$$w_9 = w_0+9\times r$$
$$w_9-w_0 = 9\cdot r$$
$$25-5 = 9\cdot r$$
$$r = \frac{20}{9}$$

Ainsi, la suite (w_n) est la suite arithmétique de premier terme 5 et de raison $\dfrac{20}{9}$.

b. Puisque (w_n) est une suite arithmétique, on a :

$$w_8 = w_6+2\times r$$
$$w_8-w_6 = 2\cdot r$$
$$1-7 = 2\cdot r$$
$$r = \frac{-6}{2} = -3$$

On a la relation :

$$w_6 = w_0+6\times r$$
$$7 = w_0+6\times(-3)$$
$$7 = w_0-18$$
$$w_0 = 7+18$$
$$w_0 = 25$$

On en déduit que la suite (w_n) est un suite arithmétique de premier terme 25 et de raison -3.

c. Puisque (w_n) est une suite arithmétique, on a :

$$w_{99} = w_{15}+84\times r$$
$$w_{99}-w_{15} = 84\cdot r$$
$$180-54 = 84\cdot r$$
$$r = \frac{126}{84} = \frac{3}{2}$$

On a la relation :

$$w_{15} = w_0+15\times r$$
$$54 = w_0+15\times\frac{3}{2}$$
$$54 = w_0+\frac{45}{2}$$
$$w_0 = 54-\frac{45}{2}$$
$$w_0 = \frac{108-45}{2}$$
$$w_0 = \frac{63}{2}$$

Ainsi, la suite (w_n) est la suite arithmétique de premier terme $\dfrac{63}{2}$ et de raison $\dfrac{3}{2}$.

Correction 4

a. Pour passer du terme de w_3 au terme w_0, il faut multiplier par q^3, on a :

$$w_3 = w_0\times q^3 \qquad q^3 = 2^3$$
$$40 = 5\times q^3 \qquad q = 2$$
$$q^3 = 8$$

La raison de cette suite est 2.

b. On a l'égalité suivante :

$$\begin{array}{l|l} w_6 = w_3 \times q^3 & q^3 = -\dfrac{1}{8} \\ -\dfrac{3}{64} = \dfrac{3}{8}\times q^3 & q^3 = \left(-\dfrac{1}{2}\right)^3 \\ q^3 = \dfrac{-\dfrac{3}{64}}{\dfrac{3}{8}} & q = -\dfrac{1}{2} \\ q^3 = -\dfrac{3}{64}\times\dfrac{8}{3} & \end{array}$$

La raison de cette suite est $-\dfrac{1}{2}$.

c. On a l'égalité suivante :

$$\begin{array}{l|l} w_{128} = w_{124}\times q^4 & q^4 = \dfrac{1}{8}\times\dfrac{1}{2\times10^{-4}} \\ \dfrac{1}{8} = 2\times10^{-4}\times q^4 & q^4 = \dfrac{10^4}{16} \\ \dfrac{\frac{1}{8}}{2\times10^{-4}} = q^4 & q^4 = 625 \\ q^4 = \dfrac{\frac{1}{8}}{2\times10^{-4}} & q^4 = 5^4 \end{array}$$

La raison peut avoir deux valeurs :

-5 et 5

Correction 5

1. • **1er méthode :**

La suite (u_n) étant une suite arithmétique, son terme de rang n admet pour expression :

$u_n = u_0 + r{\cdot}n$

où r est la raison de cette suite.

La connaissance des deux termes donnés dans l'énoncé permet d'obtenir le système d'équations :

$$\begin{cases} u_4 = u_0 + 4\times r \\ u_{22} = u_0 + 22\times r \end{cases}$$

qui devient : $\begin{cases} 12 = u_0 + 4\times r \\ -24 = u_0 + 22\times r \end{cases}$

Par soustraction de la première ligne par la seconde, on obtient l'équation :

$$\begin{aligned} 12-(-24) &= 4\times r - 22\times r \\ 36 &= -18\times r \\ r &= \frac{36}{-18} \\ r &= -2 \end{aligned}$$

La raison de la suite vaut -2

La première équation permet d'obtenir le premier terme de la suite :

$$\begin{aligned} u_4 &= u_0 + 4\times r \\ 12 &= u_0 + 4\times(-2) \\ 12 &= u_0 - 8 \\ u_0 &= 12+8 \\ u_0 &= 20 \end{aligned}$$

Le premier terme de la suite a pour valeur 20.

• **2nd méthode :**

La suite étant arithmétique, pour passer du rang 4 au rang 22, il faut ajouter 18 fois la raison :

$$\begin{aligned} u_{22} &= u_4 + 18{\cdot}r \\ -24 &= 12 + 18{\cdot}r \\ 18{\cdot}r &= -24-12 \\ 18{\cdot}r &= -36 \\ r &= \frac{-36}{18} \\ r &= -2 \end{aligned}$$

La suite (u_n) est une suite arithmétique de raison -2. Ainsi, sa formule explicite est a pour forme :

$u_n = u_0 + (-2){\cdot}n$

Appliquons cette formule pour le rang 4 :

$$\begin{aligned} u_4 &= u_0 - 2\times4 \\ 12 &= u_0 - 8 \\ u_0 &= 12+8 \\ u_0 &= 20 \end{aligned}$$

Ainsi, la suite (u_n) est la suite arithmétique de premier terme 20 et de raison -2.

2. • **1er méthode :**

La suite (v_n) admet la forme explicite ci-dessous où v_0 est son permier terme et q est sa raison :

$v_n = v_0\times q^n$

La connaissance des termes de rangs 4 et 7 permet d'écrire le système :

$$\begin{cases} v_4 = v_0\times q^4 \\ v_7 = v_0\times q^7 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 8 = v_0\times q^4 \\ \dfrac{64}{27} = v_0\times q^7 \end{cases}$$

Par division, membre à membre, de la seconde équation par la première équation :

$$\begin{array}{l|l} \dfrac{\frac{64}{27}}{8} = \dfrac{v_0\times q^7}{v_0\times q^4} & q^3 = \left(\dfrac{2}{3}\right)^3 \\ \dfrac{64}{27}\times\dfrac{1}{8} = q^3 & q = \dfrac{2}{3} \\ q^3 = \dfrac{8}{27} & \end{array}$$

Ainsi, la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{2}{3}$.

En utilisant la première équation du système :

$$\begin{array}{l|l} v_4 = v_0\times q^4 & 8\times\dfrac{81}{16} = v_0 \\ 8 = v_0\times\left(\dfrac{2}{3}\right)^4 & v_0 = \dfrac{81}{2} \\ 8 = v_0\times\dfrac{16}{81} & \end{array}$$

Ainsi, la suite (v_n) est la suite géométrique de premier terme $\dfrac{81}{2}$ et de raison $\dfrac{2}{3}$.

• **2nd méthode :**

La suite (v_n) étant géométrique, pour passer du terme v_4 au terme v_7, il faut multiplier par q^3. On obtient la relation suivante :

$$\begin{array}{l|l} v_7 = q^3\times v_4 & q^3 = \dfrac{64}{27}\times\dfrac{1}{8} \\ \dfrac{64}{27} = q^3\times8 & q^3 = \dfrac{8}{27} \\ q^3 = \dfrac{\frac{64}{27}}{8} & \end{array}$$

On a : $q = \sqrt[3]{\dfrac{8}{27}} = \dfrac{2}{3}$

La raison de la suite (v_n) est $\dfrac{2}{3}$

Le terme v_4 admet pour expression :

$$v_4 = v_0 \times q^4 \qquad v_0 = 8\times\frac{81}{16}$$
$$8 = v_0\times\left(\frac{2}{3}\right)^4 \qquad v_0 = \frac{81}{2}$$
$$8 = v_0\times\frac{16}{81}$$

Le premier terme de la suite (v_n) a pour valeur $\dfrac{81}{2}$.

Correction 6

1. Déterminons les premiers termes de la suite (u_n) :
   - $u_0 = 0^2+0+2 = 0+0+2 = 2$
   - $u_1 = 1^2+1+2 = 1+1+2 = 4$
   - $u_2 = 2^2+2+2 = 4+2+2 = 8$
   - $u_3 = 3^2+3+2 = 9+3+2 = 14$

   On remarque que les rapports de deux termes consécutifs de la suite ne sont pas égaux :
   $\dfrac{u_2}{u_1} = 2 \quad ; \quad \dfrac{u_3}{u_2} = 2 \quad ; \quad \dfrac{u_4}{u_3} = \dfrac{7}{4}$

2. Déterminons les premiers termes de la suite (v_n) :
   - $v_0 = \dfrac{1}{0^2+2} = \dfrac{1}{2}$
   - $v_1 = \dfrac{1}{1^2+2} = \dfrac{1}{3}$
   - $v_2 = \dfrac{1}{2^2+2} = \dfrac{1}{4+2} = \dfrac{1}{6}$
   - $v_3 = \dfrac{1}{3^2+2} = \dfrac{1}{9+2} = \dfrac{1}{11}$

   Déterminons la valeur de les premières différences des termes consécutifs de la suite :
   - $v_1 - v_0 = \dfrac{1}{3} - \dfrac{1}{2} = \dfrac{2}{6} - \dfrac{3}{6} = -\dfrac{1}{6}$
   - $v_2 - v_1 = \dfrac{1}{6} - \dfrac{1}{3} = \dfrac{1}{6} - \dfrac{2}{6} = -\dfrac{1}{6}$
   - $v_3 - v_2 = \dfrac{1}{11} - \dfrac{1}{6} = \dfrac{6}{66} - \dfrac{11}{6} = -\dfrac{5}{66}$

   On en déduit que la suite (v_n) n'est pas une suite arithmétique.

Correction 7

a. On a les quatre premiers termes de la suite (u_n) :
   - $u_0 = \dfrac{2\times0^2+0+5}{0+1} = \dfrac{5}{1} = 5$
   - $u_1 = \dfrac{2\times1^2+1+5}{1+1} = \dfrac{8}{2} = 4$
   - $u_2 = \dfrac{2\times2^2+2+5}{2+1} = \dfrac{15}{3} = 5$
   - $u_3 = \dfrac{2\times3^2+3+5}{3+1} = \dfrac{26}{4} = \dfrac{13}{2}$

b. Voici les premiers termes de la suite (u_n) :
   - $u_0 = 2$
   - $u_1 = \dfrac{1}{2}\cdot u_0 + 3 = \dfrac{1}{2}\times2+3 = 1+3 = 4$
   - $u_2 = \dfrac{1}{2}\cdot u_2 + 3 = \dfrac{1}{2}\times4+3 = 5$
   - $u_3 = \dfrac{1}{2}\cdot u_3 + 3 = \dfrac{1}{2}\times5+3 = \dfrac{5}{2}+\dfrac{6}{2} = \dfrac{11}{2}$

c. On a :
   - $u_0 = -1$
   - $u_1 = u_0+0-2 = -1+0-2 = -3$
   - $u_2 = u_1+1-2 = -3+1-2 = -4$
   - $u_3 = u_2+2-2 = -4+2-2 = -4$

d. On a les premiers termes :
   - $u_0 = 2$
   - $u_1 = 3$
   - $u_2 = u_1 + 2\cdot u_0 = 3+2\times2 = 7$
   - $u_3 = u_2 + 2\cdot u_1 = 7+2\times3 = 7+6 = 13$

Correction 8

1. La somme S, des 100 premiers termes de la suite (u_n) s'exprime par :
   $$S = u_0+u_1+\cdots+u_{99} = \frac{100\times\left(u_0+u_{99}\right)}{2}$$
   La suite (u_n) étant de premier terme 2 et de raison 2, le terme de rang 99 a pour valeur :
   $$u_{99} = u_0 + 99\times r = 2+99\times2 = 2+198 = 200$$
   Ainsi, la somme S a pour valeur :
   $$S = \frac{100\times\left(2+200\right)}{2} = 50\times202 = 10\,100$$

2. L'expression des termes de la suite (v_n) en fonction de n permet d'affirmer que la suite (v_n) est la suite arithmétique de premier terme 4 et de raison 3. On a les valeurs :
   - $v_0 = 4$
   - $v_{19} = 4+19\times3 = 4+57 = 61$

   La somme S' des 20 premiers termes de la suite (v_n) admet pour expression :
   $$S' = \frac{20\times\left(u_0+u_{19}\right)}{2} = \frac{20\times\left(4+61\right)}{2} = 10\times65 = 650$$

Correction 9

1. La somme S des 100 premiers termes de la suite (u_n) a pour valeur :
   $$S = u_0+u_1+\cdots+u_{99} = u_0\cdot\frac{1-q^{100}}{1-q} = 2\times\frac{1-2^{100}}{1-2}$$
   $$= 2\times\frac{1-2^{100}}{-1} = 2\cdot\left(2^{100}-1\right)$$

2. Pour tout entier naturel n, on a la relation :
   $$v_n = \frac{5}{2^n} = 5\times\frac{1}{2^n} = 5\times\frac{1^n}{2^n} = 5\times\left(\frac{1}{2}\right)^n$$
   On reconnait l'expression des termes de la suite géométrique de premier terme 5 et de raison $\dfrac{1}{2}$.

   Ainsi, la somme des 20 premiers termes de la suite (v_n) a pour valeur :
   $$S' = u_0+u_1+\cdots+u_{19} = u_0\cdot\frac{1-q^{20}}{1-q} = 5\cdot\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{20}}{1-\frac{1}{2}}$$
   $$= 5\cdot\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{20}}{\frac{1}{2}} = 5\times2\cdot\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{20}\right] = 10\cdot\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{20}\right]$$

