Ex 1 : *Simplifier les expressions algébriques suivantes*

$A=e^2\times e^3$; $B=\dfrac{2}{e^3}$; $C=\dfrac{e^5}{e^{-2}}\times e^{-4}$; $D=(e^2)^{-3}$; $E=(e^2+e^{-2})^2$

Ex 2 : *Calculer la fonction dérivée des fonctions suivantes*

$f(x)=5e^x+x^2-2x$; $g(x)=(3x-1).e^x$; $h(x)=\dfrac{e^x}{2x+1}$; $k(x)=\dfrac{x}{e^x}$

Ex 3 : *Identifier une suite géométrique*

Soit la suite (u_n) définie par : $\forall n\in\mathbb{N}$: $u_n=100\times e^{-n}$

1) Donner les conjectures relatives à cette suite
2) Démontrer que (u_n) est géométrique ; préciser sa raison
3) Démontrer que (u_n) est convergente ; préciser sa limite

Ex 4 : *Étudier le sens de variation des fonctions suivantes*
(calcul de la dérivée – racines de la dérivée – tableau de variations)

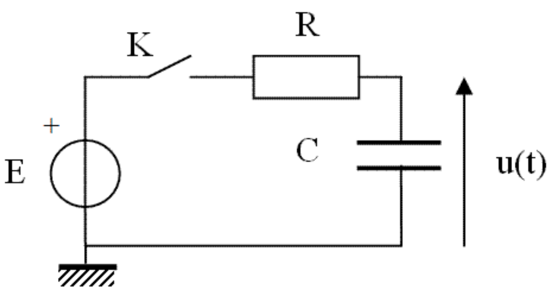
$f(x)=e^x-x$; $g(x)=(x-2)e^x$; $h(x)=e^{-x^2}$; $k(x)=(2x+1).e^{-x}$

Ex 5 : Résoudre les équations ou inéquations suivantes

a) $e^{2x+1}=1$; b) $e^{3x-1}=e^{x+2}$; c) $e^{2x+1}\leqslant 1$; d) $(e^{x-1}-1)(1-e^{-x})\geqslant 0$

Ex 6 : *Électrocinétique – Charge d'un condensateur*

A l'instant $t=0$, on ferme l'interrupteur K et on laisse le générateur charger le condensateur ;



On donne : $E=2V$; $R=10\,k\Omega$; $C=1000\,\mu F$ et $\tau=RC$

On appelle $u(t)$ la tension aux bornes du condensateur, $q(t)$ sa charge, $i(t)$ le courant passant dans le circuit en fonction du temps t *; on rappelle que q(t)=C.u(t) et i(t)=q'(t)*

1) Conjecturer les évolutions des fonctions $u(t), q(t)$ et $i(t)$
2) Démontrer que $u(t)$ vérifie l'équation : $\tau.u'(t)+u(t)=E$
3) Montrer que les fonctions électrocinétiques sont définies par :

$$u(t)=E(1-e^{\frac{-t}{\tau}}) \quad , \quad q(t)=EC(1-e^{\frac{-t}{\tau}}) \quad \text{et} \quad i(t)=\frac{E}{R}e^{\frac{-t}{\tau}}$$

4) Étudier ces 3 fonctions et vérifier les conjectures émises
5) Construire l'allure des graphiques de u, q, i

T MC La fonction exponentielle – document de COURS 2021

Ex 1 : *Simplifier les expressions algébriques suivantes*

$A=e^2\times e^3$; $B=\dfrac{2}{e^3}$; $C=\dfrac{e^5}{e^{-2}}\times e^{-4}$; $D=(e^2)^{-3}$; $E=(e^2+e^{-2})^2$

Ex 2 : *Calculer la fonction dérivée des fonctions suivantes*

$f(x)=5e^x+x^2-2x$; $g(x)=(3x-1).e^x$; $h(x)=\dfrac{e^x}{2x+1}$; $k(x)=\dfrac{x}{e^x}$

Ex 3 : *Identifier une suite géométrique*

Soit la suite (u_n) définie par : $\forall n\in\mathbb{N}$: $u_n=100\times e^{-n}$

1) Donner les conjectures relatives à cette suite
2) Démontrer que (u_n) est géométrique ; préciser sa raison
3) Démontrer que (u_n) est convergente ; préciser sa limite

Ex 4 : *Étudier le sens de variation des fonctions suivantes*
(calcul de la dérivée – racines de la dérivée – tableau de variations)

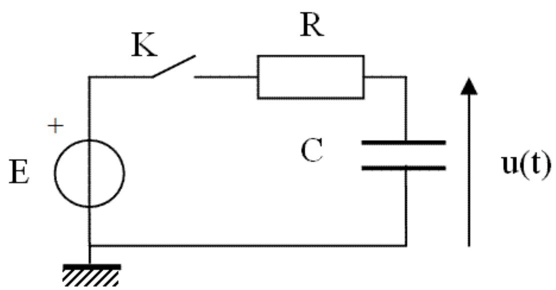
$f(x)=e^x-x$; $g(x)=(x-2)e^x$; $h(x)=e^{-x^2}$; $k(x)=(2x+1).e^{-x}$

Ex 5 : Résoudre les équations ou inéquations suivantes

a) $e^{2x+1}=1$; b) $e^{3x-1}=e^{x+2}$; c) $e^{2x+1}\leqslant 1$; d) $(e^{x-1}-1)(1-e^{-x})\geqslant 0$

Ex 6 : *Électrocinétique – Charge d'un condensateur*

A l'instant $t=0$, on ferme l'interrupteur K et on laisse le générateur charger le condensateur ;



On donne : $E=2V$; $R=10\,k\Omega$; $C=1000\,\mu F$ et $\tau=RC$

On appelle $u(t)$ la tension aux bornes du condensateur, $q(t)$ sa charge, $i(t)$ le courant passant dans le circuit en fonction du temps t *; on rappelle que q(t)=C.u(t) et i(t)=q'(t)*

1) Conjecturer les évolutions des fonctions $u(t), q(t)$ et $i(t)$
2) Démontrer que $u(t)$ vérifie l'équation : $\tau.u'(t)+u(t)=E$
3) Montrer que les fonctions électrocinétiques sont définies par :

$$u(t)=E(1-e^{\frac{-t}{\tau}}) \quad , \quad q(t)=EC(1-e^{\frac{-t}{\tau}}) \quad \text{et} \quad i(t)=\frac{E}{R}e^{\frac{-t}{\tau}}$$

4) Étudier ces 3 fonctions et vérifier les conjectures émises
5) Construire l'allure des graphiques de u, q, i