Lectures graphiques

23 Dans chaque cas, à l'aide de la calculatrice, conjecturer la limite de la suite définie sur $\mathbb{N}$.

a) $u_n = -2n+3$ **b)** $v_n = 0{,}5n^2$ **c)** $w_n = 1 + \dfrac{1}{n+1}$

24 À l'aide de la calculatrice, conjecturer la limite éventuelle de chaque suite définie sur $\mathbb{N}$.

a) $u_n = 3n^3+4$ **b)** $v_n = \dfrac{n+5}{2n+3}$ **c)** $w_n = (-3)^n$

Calculs de limites

Pour les exercices 35 à 38, étudier la limite de la suite.

35 Pour tout $n \geqslant 1$, $u_n = -4n + \dfrac{5}{\sqrt{n}}$.

36 Pour tout n de $\mathbb{N}$, $v_n = 6n^2+4n-3$.

37 Pour tout n de $\mathbb{N}$, $w_n = -n-5e^n$.

38 Pour tout entier $n \geqslant 1$, $h_n = \left(\dfrac{1}{n}+1\right)\times\left(\dfrac{2}{n}+3\right)$.

39 Dans chaque cas, étudier la limite de la suite (u_n).

a) $u_n = \dfrac{-4}{n^3+2n}$ $(n \geqslant 1)$ **b)** $u_n = (n+2)(-n+3)$

42 (w_n) est la suite définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$w_n = -2n^3 - n^2 - 1.$$

Déterminer la limite de la suite (w_n).

45 (u_n) et (v_n) sont deux suites définies sur $\mathbb{N}$ par :

$$u_n = -6n^2+3n \text{ et } v_n = \frac{n^2+1}{n^2+2}.$$

a) Étudier la limite de la suite (u_n).

Conseil : mettre n^2 en facteur, pour $n \geqslant 1$.

b) Étudier la limite de la suite (v_n).

Conseil : mettre n^2 en facteur au numérateur et au dénominateur, pour $n \geqslant 1$.

46 (u_n) et (v_n) sont deux suites définies sur $\mathbb{N}$ par :

$$u_n = n + \frac{\sqrt{n}}{n+3} \text{ et } v_n = n.$$

a) Démontrer que pour tout n de $\mathbb{N}$, $u_n \geqslant v_n$.

b) Donner la limite de (v_n) et en déduire la limite de (u_n).

47 (u_n) et (v_n) sont deux suites définies sur $\mathbb{N}$ par :

$$u_n = -n^2 - \frac{n+2}{n+1} \text{ et } v_n = -n^2.$$

a) Démontrer que pour tout n de $\mathbb{N}$, $u_n < v_n$.

b) Donner la limite de (v_n) et en déduire la limite de (u_n).

48 Pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, $u_n = \dfrac{3+(-1)^n}{\sqrt{n}}$.

a) Démontrer que pour tout $n \geqslant 1$, $\dfrac{2}{\sqrt{n}} \leqslant u_n \leqslant \dfrac{4}{\sqrt{n}}$.

b) En déduire la limite de la suite (u_n).

49 Pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, $v_n = \dfrac{1+(-1)^n}{3n^2}$.

À l'aide du théorème des gendarmes, démontrer que la suite (v_n) converge vers 0.

50 Pour tout entier naturel n, $u_n = \dfrac{\sin(n)+\cos(n)}{2n+1}$.

À l'aide du théorème des gendarmes, démontrer que la suite (u_n) converge.

Calculs de limites de suites géométriques

54 Dans chaque cas, donner la limite de la suite définie sur $\mathbb{N}$.

a) $u_n = 5\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^n$ **b)** $v_n = \dfrac{2}{7}\times\left(\dfrac{3}{2}\right)^n$ **c)** $t_n = -1{,}2\times e^n$

57 Dans chaque cas, étudier en justifiant la limite de la suite définie sur $\mathbb{N}$.

a) $u_n = 7\left(2-0{,}2^n\right)$ **b)** $v_n = \dfrac{1+0{,}7^n}{2^n}$

c) $w_n = 5^n - \left(\dfrac{1}{4}\right)^n$ **d)** $t_n = \dfrac{1-e^n}{3-0{,}1^n}$.

60 Déterminer la limite de la suite (S_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $S_n = 1 + \dfrac{1}{2} + \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 + \ldots + \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$.

Calculs de limites de suites arithmético-géométriques

65 Chaque année, dans un club de sport, 90 % des membres renouvellent leur adhésion, mais on compte 50 nouveaux membres.

a) Modéliser cette situation par une suite (u_n).

b) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n pour tout n.

c) Cette suite est-elle arithmético-géométrique ?

d) Tabuler cette suite à l'aide de la calculatrice en supposant que $u_0 = 300$. Commenter les résultats.

69 (u_n) est une suite telle que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 2u_n - 3$.

a) Déterminer une suite constante vérifiant la relation de récurrence de la suite (u_n).

b) En déduire l'expression de u_n en fonction de n et u_0.

c) En déduire la limite de la suite (u_n) selon u_0.

71 Adèle a une piscine qui contient 60 m^3 d'eau le 1[er] juillet 2019.

En plein été, la chaleur provoque chaque jour une évaporation de 2 % du volume total de l'eau.

Chaque soir, Adèle rajoute 1 m^3 d'eau dans sa piscine.

Pour tout entier naturel n, v_n désigne le volume d'eau, en m^3, au matin du n-ième jour qui suit le 1[er] juillet 2019. Ainsi, $v_0 = 60$.

a) Donner l'expression de v_{n+1} en fonction de v_n.

b) Déterminer une suite constante vérifiant cette relation de récurrence.

c) Déterminer l'expression de v_n en fonction de n.

d) En déduire la limite de la suite (v_n) et interpréter.